

Univerzita Karlova v Praze

Filozofická fakulta

Ústav hudební vědy

Bakalářská práce

Mgr. Alice Mašková

Analytická metoda Allena Forteho a její aplikace

Analytical Method of Allen Forte and its Applications

Praha 2009

vedoucí práce: Prof. PhDr. MgA. Milan Slavický

Na tomto místě bych chtěla poděkovat panu profesorovi PhDr. MgA. Milanu Slavickému a konzultantce Mgr. Tereze Havelkové za vedení práce.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracovala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

V Praze dne 19. 8. 2009

Mgr. Alice Mašková

Anotace

Tato práce se zabývá analytickou metodou Allena Forteho vycházející z matematické teorie množin. Tato metoda je především ve Spojených Státech Amerických často používaným nástrojem pro analýzu atonální hudby. V české muzikologii je ale stále málo známá. Metoda pracuje pouze s tónovými výškami. V práci jsou představeny důležité teoretické i analytické studie. Jsou vysvětleny základní pojmy i s ohledem na jejich vývoj. Práce se dále věnuje polemické diskuzi, která byla vyvolána publikováním Forteho textů. Diskuze probíhala převážně na stránkách hudebních periodik a týkala se především určení, na jaký typ repertoáru metodu používat, otázek na téma přílišné abstraktnosti a formálnosti metody a také důležitému problému segmentace, tedy stanovení menších jednotek jako objektů analýzy. Pozornost je věnována i možnosti využití počítačových programů. Protože neexistuje české názvosloví Forteho teorie, bylo nutné je vytvořit. Součástí práce je slovníček pojmů.

Klíčová slova

Allen Forte, teorie množin, pc množina, hudební analýza, analýza atonální hudby

Annotation

Present work deals with analytical method of Allen Forte which is based on the set theory. This method is a frequently used tool for analysis of atonal music, mainly in the United States. However, in the Czech musicology it is still not well known. The only property of music which is considered is pitch. In this work important theoretical and analytical studies are presented. Basic terms are explained including their evolution. Next, the work describes polemical debate reacting on Forte's texts. The debate proceeded mainly in musical journals and was concerned with the problem of determining the scope of usability of the theory, as well as with questions of too high formality of the method and also with the important problem of segmentation, which means determining smaller units as objects of analysis. Attention is paid to possible exploitation of computer programs, too. As there is no Czech terminology for Forte's theory, it was necessary to create one. Vocabulary of terms is included.

Keywords

Allen Forte, set theory, pitch-class set, musical analysis, analysis of atonal music

Obsah

1. ÚVOD.....	6
2. GENEZE FORTEHO METODY	8
2.1 Základní pojmy analytické metody Allena Forteho.....	9
2.1.1 Množina tříd tónových výšek (pc množina).....	9
2.1.2 Uspořádané a neuspořádané množiny.....	10
2.1.3 Základní tvar pc množiny.....	10
2.1.4 Ekvivalence, transpozice, inverze.....	11
2.1.5 Intervalový vektor.....	13
2.1.6 Názvy pc množin.....	13
2.2 Dva různé přístupy k hledání systémů pc množin.....	14
2.2.1 Inkluze a doplněk.....	15
2.2.2 Komplexy pc množin.....	16
2.2.3 Rody pc množin.....	17
2.3 Aplikace na analýzu konkrétních skladeb a další důležité studie.....	19
3. KRITICKÁ DISKUZE.....	21
3.1 Na jaký repertoár metodu používat?.....	21
3.2 Není metoda příliš abstraktní a formální?.....	23
3.2.1 Redukce na tónové výšky.....	24
3.2.2 K čemu jsou Z-příbuzné dvojice?.....	25
3.3 Segmentace.....	26
3.3.1 Forteho pojetí segmentace.....	26
3.3.2 Kritický pohled na Forteho segmentaci.....	28
4. VYUŽITÍ POČÍTAČŮ PŘI ANALÝZE.....	31
5. FORTEHO METODA V KONTEXTU DALŠÍCH ANALYTICKÝCH METOD	35
6. ZÁVĚR.....	37
Literatura.....	39
Příloha: Slovníček pojmů	43

1. ÚVOD

Analytická metoda Allena Forteho¹ je v anglofonním světě a především v Americe jednou z často používaných metod hudební analýzy. V českém prostředí je ale stále málo známá. Snad jedinou prací v češtině týkající se Forteho metody je LUDVOVÁ (1975). Ale ta obsahuje pouze stručný výklad jedné Forteho studie (FORTE 1964).

Forteho metoda je založena na analýze s využitím teorie množin. Pro tyto postupy je v literatuře často užíván termín '*set-theoretical analysis*' a Forte rozhodně nebyl jediným, kdo se tímto přístupem k hudební analýze zabýval. Nicméně vzhledem k jeho poměrně rozsáhlému teoretickému dílu a také vzhledem k tomu, že se na něj mnozí autoři ve svých textech odkazují a aplikují jeho postupy, domnívám se, že je možné Forteho označit za jednoho z nejvýznamnějších teoretiků na poli tohoto typu hudební analýzy.

Forteho metoda je jednou z metod, kde je analyzován pouze notový zápis skladby a nikoliv její reálný zvukový obraz. Navíc je analýza redukována na pouhou analýzu tónových výšek, zatímco ostatní parametry hudby, například rytmus, témbro, a další zůstávají stranou.

Forte publikoval na toto téma poměrně velké množství studií v hudebních periodikách a několik knih.² Dalším množstvím textů, ať už analytických, polemických či různě rozvíjejících teorii přispěli mnozí jiní autoři.

V této práci bych chtěla podat ucelený přehled toho, co v souvislosti s Forteho metodou považuji za důležité. To je především objasnění základních pojmů, jejich vývoje a jejich motivace a smyslu pro hudební analýzu. Pro větší názornost jsem studované pojmy a postupy doplnila vlastními příklady. Není cílem pojednat o veškeré literatuře k tématu, v práci je poukázáno na důležité studie teoretické i analytické.

Při studiu Forteho teorie vyvstávají mnohé otázky, jako:

Jakou hudbu lze pomocí této metody analyzovat? Dozvíme se tak o skladbě něco nového, co bychom se tradičními analytickými metodami nedozvěděli? Jaký je hudební význam

1 Americký hudební teoretik Allen Forte (1926), od 1959 působí na Yale University. Vedle analýzy pomocí teorie množin je okruhem jeho zájmu ještě schenkerovská analýza a americká populární píseň. (Forte, Allen, Grove Music Online)

2 Nutno poznamenat, že ačkoliv tyto texty představují podstatnou část jeho vědecké práce, je autorem textů zabývajících se i jinými tématy (viz předchozí poznámka).

některých zdánlivě pouze formálních pojmů? Není metoda příliš formální? Je metoda objektivní? Jaká jsou úskalí a problematická místa?

Jedna z kapitol se věnuje formulaci hlavních problémů a konfrontaci polemických názorů v kritické diskuzi, která se vedla kolem různých takovýchto otázek. Práce pojednává i o možnosti využití počítačových programů při aplikaci metody.

Protože v češtině neexistuje ustálené názvosloví, bylo nutné vytvořit české ekvivalenty části používaných pojmů. U matematických pojmů jsem použila příslušné české ekvivalenty. Při vytváření překladů ostatních pojmů jsem se snažila, aby byla zachována spojitost s anglickou terminologií. U každého nově použitého pojmu uvádím i jeho anglický ekvivalent.

Z celé Forteho teorie jsou v textu definovány a přeloženy pouze ty pojmy, které jsou třeba. Tyto pojmy se pak ještě spolu s dalšími objevují ve slovníčku na konci práce. Slovníček je řazen abecedně dle anglické terminologie a u většiny výrazů je uveden můj vlastní český překlad. Pokud v práci cituji v češtině z anglické literatury, pak ve vlastním překladu.

2. GENEZE FORTEHO METODY

Struktura dvanáctitónové hudby byla prvně do hloubky studována BABBITEM (1955). Forte byl jeho texty³ ovlivněn, stejně jako důležitými texty MARTINA (1961) a LEWINA (1960).⁴

Forteova teorie vychází z matematické teorie množin. Za množiny jsou považovány skupiny tónových výšek a jsou aplikovány matematické pojmy jako podmnožina, uspořádaná a neuspořádaná množina, a jiné. Je definována ekvivalence mezi skupinami not a skupinám not jsou přiřazovány názvy. Motivace tohoto postupu je následující: Pro analýzu je užitečné, máme-li pojmy, kterými můžeme určitou dílčí jednotku skladby (několik tónů, např. souzvuk či jeho rozklad) popsat. V klasické harmonii existují pojmy jako durový kvintakord, tvrdě velký septakord atd. Tyto pojmy zastupují vyjmenovávání jednotlivých tónů v souzvuku, představují zkrácené označení pro určitou množinu tónů. Pokud je skladba atonální, pak sestavování souzvuků do tercií a jejich následná klasifikace podle názvosloví klasické harmonie už ztrácí smysl. Metoda Allena Forteova umožňuje každé množině tónů jednoznačně přiřadit její název, který představuje dvojice čísel. Postup, jak pro danou množinu tónů tuto dvojici čísel nalézt, bude ukázán dále.

Forte svůj teoretický přístup k analýze hudby rozvíjel po několik desetiletí. Některé pojmy a jejich definice postupně krystalizovaly, postupy byly doplňovány a zpřesňovány. První systematické zformulování teorie publikoval v roce 1964 v textu *A Theory of Set-Complexes for Music* (FORTE 1964), ve kterém se zabýval teorií komplexů množin. Obsáhlá knižní publikace systematicky vykládající teorii vyšla v roce 1973 pod názvem *The Structure of Atonal Music* (FORTE 1973b). V první části knihy jsou definovány pojmy, v druhé je na jejich základě vybudován obecnější model hudební struktury. FORTE (1973b, ix) v předmluvě mimo jiné uvádí, že záměrem práce bylo poskytnout obecný teoretický rámec, na jehož základě by mohly být systematicky popsány procesy, které jsou základem atonální hudby.⁵ Zároveň zmiňuje, že i přes různé tehdejší pokusy nebyla dosud struktura této komplikované hudby pochopena. Důležitým rozvinutím jeho teorie byla studie *Pitch-Class*

3 Další jsou (BABBITT 1960) a (BABBITT 1961).

4 Viz (FORTE 1964, 179).

5 „underlying atonal music“

Set Genera and the Origin of Modern Harmonic Species (FORTE 1988b), pojednávající o teorii rodů pc množin. Krom toho Forte publikoval další studie, většinou zaměřené na analýzu nějaké konkrétní skladby nebo na určitý dílčí problém.

2.1 Základní pojmy analytické metody Allena Forteho

Základním pojmem Forteho teorie je 'pitch-class set' neboli množina tříd tónových výšek. Tento pojem a jeho koncept pochází od Milтона BABBITTA (1955).⁶ Zkratka 'pc' pro 'pitch-class' pochází též od BABBITTA (1961).⁷ Dříve než tento termín vysvětlím, je nutné uvést několik důležitých předpokladů.

Jak jsem již zmínila v úvodu, pracuje se při analýze pouze s notovým zápisem skladby. Místo not se při analýze pracuje s čísly (je to tzv. *celočíslná notace* ['integer notation']). Každému z 12 tónů (tóny enharmonicky zaměnitelné jsou považovány za totožné) se přiřadí číslo od 0 do 11 a to tak, že všechny tóny *c* budou 0, *cis* a *des* 1, ... tónu *h* se přiřadí 11. Jak je patrné, v celočíslné notaci platí *oktávová ekvivalence*. To znamená, že jsou ztotožněny tóny které jsou od sebe vzdálené o 12. Pokud při nějaké operaci s tónovou výškou (třeba při transpozici) vyjde číslo větší než 11, například 14, tak je ztotožněno s číslem 2, protože při dělení 14:12 vyjde zbytek 2. Pokud ztotožníme všechny tónové výšky, které při dělení 12 dávají stejný zbytek, získáme jednu ze 12 *tříd tónových výšek* ('pitch-classes'). Tento způsob počítání se zbytkovými třídami se nazývá počítání modulo 12, zkráceně (mod 12). Výše uvedený příklad by bylo možné zapsat: $14=2 \pmod{12}$.

2.1.1 Množina tříd tónových výšek (pc množina)

Množina tříd tónových výšek ('pitch-class set') je množina navzájem různých čísel reprezentujících třídy tónových výšek. Tato čísla se zapisují do hranaté závorky.⁸ Např. máme-li množinu tónů *c1*, *d1*, *f1*, *c2*, pak množinu tříd tónových výšek získáme tak, že noty převedeme do číselné notace a opakující se čísla uvedeme pouze jednou. Pro daný příklad by tedy množina tříd tónových výšek byla tvaru [0, 2, 5].

Pro tento pojem se v literatuře používá zkratka 'pc set', někdy pouze výraz 'set'.

⁶ Citováno ve (FORTE 1964, 139).

⁷ Citováno ve (FORTE, 1966, 338).

⁸ V matematice je obvyklé zapisovat množinu zadanou svými prvky do složených závorek {}. FORTE (1964, 179) poznamenává, že z typografických důvodů používá hranaté závorky místo složených. Použití hranatých závorek se zdá se natolik ujalo, že ve (FORTE 1973b, 3) je již v definici pojmu pitch-class set uvedeno, že se zapisuje v hranatých závorkách.

Protože se s tímto pojmem téměř neustále pracuje a český překlad je poměrně dlouhý, bude v dalším textu používáno zkráceného tvaru „*pc množina*“, případně jen výrazu „*množina*“. Jak bude později jasné, v některých případech je důležité rozlišovat pojem *pc množina* od matematického pojmu množiny, protože některé pojmy jsou v teorii *pc množin* chápány trochu jinak než v matematické teorii množin.⁹

2.1.2 Uspořádané a neuspořádané množiny

Počet prvků množiny se nazývá *kardinální číslo množiny* ('*cardinal number*'). Pro množiny s kardinálním číslem 4 se někdy používá zkrácené označení *tetrachordy* a obdobně pro další kardinální čísla *pentachordy*, *hexachordy* atd. Pokud nezáleží na pořadí prvků v zápisu množiny, pak se taková množina nazývá *neuspořádaná* ('*unordered*'). U neuspořádané množiny můžeme zapsat její prvky v jakémkoliv pořadí a stále to bude tatáž množina. Pokud záleží na pořadí prvků, pak se množina označuje jako *uspořádaná* ('*ordered*').

Z 12 tříd tónových výšek lze vytvořit celkem $2^{12} = 4096$ různých neuspořádaných množin (je zahrnuta i prázdná a dvanáctiprvková množina). To je poměrně velké číslo. Mezi těmito množinami jsou například zahrnuty i *pc množiny* [1,2,4] a [2,3,5], které se liší pouze transpozicí.

2.1.3 Základní tvar pc množiny

Aby bylo možné *pc množiny* navzájem porovnávat a definovat mezi nimi relaci ekvivalence, je třeba jejich počet zredukovat. Každou množinu lze převést na *základní tvar* ('*prime form*'). Pro určení základního tvaru *pc množiny* je nejprve nutné nalézt *normální uspořádání* ('*normal order*') množiny. Forteho postup (FORTE 1973b, 3-4) jsem doplnila vlastními příklady:

Prvky *pc množiny* se seřadí vzestupně a pak jsou uvažovány všechny cyklické ('*circular*') permutace množiny. Pojem *permutace* znamená jakékoliv uspořádání prvků množiny. Pro množinu s n prvky existuje $n!$ různých permutací.¹⁰ *Cyklické permutace* jsou takové permutace, které získáme z uspořádané množiny postupným přesouváním prvního prvku množiny na poslední místo. Zde je navíc ke každému přesouvanému prvku přičteno z praktických důvodů číslo 12.¹¹ Názorněji je tento pojem ukázán na příkladu:

[2,8,10,11], [8,10,11,14], [10,11,14,20], [11,14,20,22]

⁹ Viz později pojmy *podmnožina* a *doplňěk*.

¹⁰ Symbol $n!$ značí *n faktoriál*, $n! = n \times (n-1) \times \dots \times 2 \times 1$.

¹¹ Jak ale víme, třída tónových výšek se tím nezmění, protože zbytek při dělení dvanácti bude stejný.

Ze všech možných cyklických permutací se jako *normální uspořádání* označí permutace s nejmenším rozdílem krajních čísel. V mém příkladu je to permutace [8,10,11,14]. Může nastat situace, kdy je více takovýchto permutací s nejmenším rozdílem krajních čísel. Například:

[2,7,9], [7,9,14], [9,14,19]

V tomto případě jsou normálními uspořádáními permutace [2,7,9] a [7,9,14]. Z nich je nazvána *nejlepším normálním uspořádáním* ('*best normal order*') ta permutace, u které je nejmenší rozdíl mezi prvním a druhým číslem (v případě shody mezi prvním a třetím číslem atd.), tedy zde [7,9,14]. Permutace, která je normálním uspořádáním (případně nejlepším normálním uspořádáním) a její první číslo je 0, je nazvána základním tvarem.¹² U prvního z výše uvedených příkladů je základním tvarem [0,2,3,6], u druhého [0,2,7].

Forte uvádí přehled všech základních tvarů v tabulce na konci knihy *The Structure of Atonal Music* (FORTE 1973b, 179-181). K podrobnějšímu vysvětlení dalších údajů v této tabulce se ještě vrátím.

Tento Forteho postup odvozování základního tvaru má ale jeden háček. Může se stát, že aplikací tohoto postupu vyjde množina, která v tabulce není uvedena. Jako příklad stačí vzít množinu [2,6,9] (což je, jen tak mimochodem, durový kvintakord D dur). Základním tvarem je dle Forteho postupu množina [0,4,7], která v tabulce není. Podstata tohoto problému bude objasněna dále.

2.1.4 Ekvivalence, transpozice, inverze

Pro porovnávání dvou množin se stejným kardinálním číslem má smysl definovat pojem ekvivalence množin. Forteho definice je, že dvě pc množiny jsou *ekvivalentní*, právě když je lze převést na stejný základní tvar transpozicí nebo inverzí následovanou transpozicí (FORTE 1973b, 5). Transpozice a inverze jsou dvě důležité operace pro práci s pc množinami. K vysvětlení těchto pojmů je dobré nejprve objasnit pojem zobrazení. *Zobrazení* ('*mapping*') množiny A do množiny B znamená, že každému prvku z množiny A je přiřazen prvek z množiny B. Pokud je zobrazení takové, že pro každý prvek množiny B existuje prvek z A, který se tomu prvku z B přiřadí, pak je to zobrazení množiny A *na* množinu B.

Transpozice ('*transposition*') pc množiny o t (to je v celočíselné notaci počet půltónů)

¹² Aby bylo první číslo 0, je nutné provést transpozici, viz dále.

je zobrazení, které každému prvku pc množiny přiřadí číslo zvýšené o t . FORTE (1973b, 9) nazývá toto *t operátorem transpozice ('transposition operator')*. Dále zavádí označení $T(A,t)$ pro transpozici množiny A o t (FORTE 1973b, 10). V pozdější textech, např. (FORTE, 1988a) je totéž značeno $T_t(A)$. Domnívám se, že z matematického hlediska by bylo lepší pojem operátor transpozice vyhradit pro zobrazení T_t a t nazývat parametrem operátoru T_t . Takto definovaná transpozice představuje tentýž význam jako transpozice v hudební teorii, tedy transponování tónů o daný interval, přičemž t je počet půltónů. Dvě pc množiny se nazývají *transpozičně ekvivalentní ('transpositionally equivalent')*, pokud existuje t takové, že $T_t(A) = B \pmod{12}$. Například pc množiny $[0,3,7]$ a $[4,7,11]$ jsou transpozičně ekvivalentní ($t=4$).

Inverze ('inversion') je zobrazení, které každému prvku x pc množiny přiřadí $12-x \pmod{12}$. *Operátor inverze ('inversion operator')* se značí I . Například inverzí množiny $[2,3,5,7]$ je množina $[10,9,7,5]$. Dvě pc množiny A, B se nazývají *inverzně ekvivalentní ('inversionally equivalent')*, pokud existuje t takové, že $T_t(I(A)) = B \pmod{12}$. Tento zápis znamená, že nejprve provedeme inverzi množiny A a pak transpozici o t (t může být i 0), čímž dostaneme množinu B . Inverzně ekvivalentní jsou například množiny $A=[0,1,2,4]$, $B=[0,2,3,4]$, protože $I(A)=[0,11,10,8]$, $T_4(I(A))=[0,2,3,4]$.

Taktéž množiny $[0,3,7]$ (mollový kvintakord), $[0,4,7]$ (durový kvintakord) jsou inverzně ekvivalentní.

Dvě pc množiny jsou tedy ekvivalentní, právě když jsou buďto transpozičně nebo inverzně ekvivalentní. Nyní je možné vrátit se k problému určování základního tvaru pc množiny. Ve Forteho postupu určení základního tvaru pc množiny přes stanovení (nejlepšího) normálního uspořádání se pracovalo pouze s transpozicí. Tímto postupem bylo možné z dané pc množiny odvodit jen množiny transpozičně ekvivalentní a nikoliv množiny inverzně ekvivalentní. Navrhuji tuto modifikaci postupu:

- 1) Odvodit normální uspořádání.
- 2) Tuto množinu (případně množiny) transponovat tak, aby prvním číslem byla 0.
- 3) K této množině (množinám) přidat její (jejich) inverzi (inverze) transponovanou tak, aby prvním číslem byla 0.
- 4) Ze všech těchto množin je základním tvarem ta, u které je nejmenší rozdíl mezi

prvním a druhým číslem (v případě shody mezi prvním a třetím číslem atd.).

2.1.5 Intervalový vektor

Forteho definice ekvivalence pc množin prošla vývojem. Ve studii (FORTE 1964) byla definována jinak, a to na základě intervalových vektorů. V celočíselné notaci se *interval* pro třídy tónových výšek a, b určí jako absolutní hodnota jejich rozdílu, tedy $|a-b|$. Tento rozdíl je tedy číslo 0 až 11. Intervaly navzájem inverzní, tedy takové, že jejich součet je roven 0 (mod 12), jsou definovány jako ekvivalentní. Na základě této ekvivalence jsou intervaly rozděleny do 6 *intervalových tříd* ('*interval classes*'), zkráceně '*ic*'. Tedy $ic=1$ značí intervaly 1 a 11, $ic=2$ intervaly 2 a 10,..., $ic=6$ interval 6 (interval 0 je vynechán, i když by mohl tvořit nultou intervalovou třídu).

Pro každou pc množinu lze určit *intervalový vektor* ('*interval vector*'), a to následovně: Uvažujeme intervaly tvořené všemi možnými (neuspořádanými) dvojicemi prvků pc množiny. Tedy pro pc množinu s kardinálním číslem n je počet těchto intervalů $n(n-1)/2$. Označíme $ic1$ počet výskytů intervalové třídy 1 a obdobně až $ic6$ počet výskytů intervalové třídy 6. Intervalový vektor je šestice čísel ($ic1\ ic2\ ic3\ ic4\ ic5\ ic6$). V textech se objevují i jiné podoby zápisu intervalového vektoru. Někdy je intervalový vektor zapisován bez závorek, čárek a mezer, někdy je zapisován do hranatých závorek bez čárek.

Význam pojmu intervalový vektor tkví v tom, že poskytuje informaci o intervalových možnostech pc množiny. Dříve byla pomocí tohoto pojmu definována ekvivalence pc množin, a to takto: Dvě množiny jsou ekvivalentní, právě když mají stejný intervalový vektor (FORTE 1964, 143).¹³ Tato definice se již nepoužívá a nutno podotknout, že není ekvivalentní s tou předchozí.

2.1.6 Názvy pc množin

Každé pc množině lze jednoznačně přiřadit dvojici čísel oddělených pomlčkou. První z nich je kardinální číslo množiny, druhé z nich je pořadové číslo množiny v rámci množin se stejným kardinálním číslem a je uvedeno v seznamu (FORTE 1973, 179-181). Tato dvojice je *název množiny* ('*set name*'). Seznam obsahuje všech 208 základních tvarů pc množin s kardinálním číslem 3 až 9. Pc množiny odvozené ze základního tvaru pomocí operací

¹³ V tomto textu byl místo výrazu 'pitch-class set' většinou používán výraz 'pitch set'.

transpozice nebo inverze následované transpozicí mají všechny stejný název jako příslušný základní tvar. Pc množiny jsou na seznamu řazeny většinou sestupně podle intervalového vektoru,¹⁴ i když toto pravidlo není použito důsledně. Výsledkem toho je, že kvůli absenci přesných logických pravidel uspořádání množin v seznamu není možné pořadové číslo množiny přesně odvodit a k praktickému použití těchto názvů množin je nutné mít tento seznam k dispozici.

Dvojice čísel se objevily už ve studii (FORTE 1964, 144). V tomto textu byla ekvivalence množin definována pomocí intervalového vektoru a pořadová čísla množiny byla přiřazována intervalovým vektorům dle jejich sestupného pořadí.¹⁵ Tabulky všech možných netriviálních intervalových vektorů s přiřazením pořadových čísel uvádí (FORTE 1964, 145-148). Podle různé definice ekvivalence je zřejmé, že počty množin v obou seznamech nemohou být stejné. Dvě neekvivalentní pc množiny se stejným intervalovým vektorem představují v seznamu ve (FORTE 1964) jen jednu položku. Některé množiny mají v obou seznamech různé číslo. Například množina $[0,1,4,5,8]$ má ve (FORTE 1964) označení 5-22 a ve (FORTE 1973b) označení 5-21. Na možnost lišících se názvů množin je tedy nutné brát ohled, obzvláště při studiu starších textů. Kromě toho mohou existovat i jiné číselné názvy množin od jiných autorů.¹⁶ Nicméně, v analytických studiích je obvykle kromě názvu množiny uváděna i příslušná pc množina (nebo je jasná z notových příkladů).

2.2 Dva různé přístupy k hledání systémů pc množin

Pro stanovení souvislostí mezi pc množinami slouží například několik relací podobnosti (viz slovníček). Ty se týkají pc množin se stejným kardinálním číslem. Jakým způsobem ale hledat souvislosti mezi více pc množinami, které jsme vyanalyzovali z určité skladby? Motivací následujících teorií bylo najít podmnožiny množiny všech pc množin takové, aby měly nějaké „rozumné“ vlastnosti.

Forte ve svých textech rozvinul postupně dvě takové teorie, jedna se týkala komplexů množin ('set-complexes'), druhá rodů pc množin ('pitch-class set genera'). Obě teorie jsou

14 Sestupné řazení vektorů (tj. n-tic čísel) znamená, že jsou řazeny sestupně nejprve podle prvního čísla n-tice, pak podle druhého atd.

15 FORTE (1964, 180-181) v poznámce uvádí, že jeho stanovení pořadí je odlišné od některých jiných autorů (Hanson, Martino) a zdůrazňuje výhody svého uspořádání: navzájem komplementární množiny mají stejné druhé (ordinální) číslo a číslování nezvýhodňuje jakékoliv strukturální systémy (např. pořadí dle Hansona bylo ve prospěch terciové tonality).

16 Viz předchozí poznámka.

založené na relaci inkluze (tedy toho, co to znamená být podmnožinou) a doplňku, ale každá vychází z trochu jiných předpokladů.

2.2.1 Inkluze a doplněk

Nejprve je nutné objasnit si několik pojmů. Pojem *relace inkluze* znamená takový vztah mezi dvěma množinami, kdy jedna z nich je podmnožinou druhé. Máme-li dvě množiny A, B, pak množina A je *podmnožinou* ('subset') množiny B, pokud jsou všechny prvky A obsaženy v B. (Množina B se v tom případě nazývá *nadmnožinou* ('superset') množiny A.) Takto je podmnožina definovaná v matematice a tato definice je též uvedena ve (FORTE 1964, 151). Symbolický zápis je: $A \subset B$, $B \supset A$.

Protože každou pc množinu lze zapsat ve více ekvivalentních podobách, měla by být definice podmnožiny pc množiny zformulována exaktněji takto:

Máme-li dvě pc množiny A, B, pak A je podmnožinou B, pokud existuje transpozice A nebo inverze A následovaná transpozicí taková, že všechny její prvky jsou obsaženy v B. Nebo též: A je podmnožinou B, pokud existuje pc množina ekvivalentní s A taková, že všechny její prvky jsou obsaženy v B.

Například: $[0,2,4] \subset [0,1,3,5,6]$

Vlastnost být podmnožinou je transitivní, tj. pokud A, B, C jsou tři pc množiny takové, že $A \subset B$, $B \subset C$, pak $A \subset C$.

Doplňk pc množiny ('complement') je množina těch tříd tónových výšek, které v dané množině neleží (FORTE 1973b, 73-74). V literatuře je ale tento pojem běžně používán i pro jakoukoliv množinu ekvivalentní s výše definovaným doplňkem. Doplněk množiny A budu značit A'. V literatuře je často značen vodorovnou čarou nad označením množiny.¹⁷ (DOPLNIT) Dvě pc množiny takové, že jedna je doplňkem druhé, se nazývají *komplementární* ('complement-related').

Máme-li danou pc množinu, např. $A=[0,1,2,3]$, pak doplňkem je pc množina $A'=[4,5,6,7,8,9,10,11]$, ale stejně tak můžeme říci, že doplňkem je pc množina $A'=[0,1,2,3,4,5,6,7]$.

Ve výše uvedeném příkladu má množina A název 4-1 a jejím doplňkem je množina $[0,1,2,3,4,5,6,7]$, tedy 8-1. Shoda pořadového čísla množiny a jejího doplňku není náhodná.

¹⁷ Označení A' volím jednak z typografických důvodů, ale také proto, že toto značení je v matematice běžně používáno. Značení vodorovnou čarou nad znakem se v matematice používá pro komplexně sdružené prvky.

Forte uspořádal pc množiny v seznamu tak, aby navzájem komplementární množiny (s kardinálním číslem různým od 6) měly stejné pořadové číslo.¹⁸

Doplňek pc množiny má tyto důležité vlastnosti:

- 1) Jakákoliv pc množina s kardinální číslem nejvýše 6 může být pomocí transpozice nebo inverze následované transpozicí zobrazena do svého doplňku (v případě hexachordů na svůj doplněk). Toto tvrzení a jeho důkaz uvádí FORTE (1964, 154-157).
- 2) Pro dvě pc množiny A, B platí toto: Jestliže $A \subset B$, pak $A' \supset B'$.

2.2.2 Komplexy pc množin

Teorie komplexů množin byla představena v roce 1966 ve studii *A Theory of Set-Complexes for Music* (FORTE 1964) a dále jí byla věnována druhá polovina knihy *The Structure of Atonal Music* (FORTE 1973b).¹⁹ Do češtiny volně přeložený výťah z (FORTE 1964) uvádí (LUDVOVÁ 1975).²⁰

Pojem *komplex množin* ('set complex')²¹ byl prvně definován ve (FORTE 1964, 162). Já uvedu definici z (FORTE 1973b, 94-95), jenom v trochu přehlednější podobě.

Pro danou pc množinu T s kardinálním číslem 3 až 9 se *komplex množin kolem T* ('set complex about T') značí $K(T, T')$, zkráceně $K(T)$. Komplex je tvořen pc množinami S, které splňují předpoklady:

- 1) počet prvků S je 3 až 9,
- 2) počet prvků S se nerovná počtu prvků T ani počtu prvků T'

a dále:

Množina S splňující tyto předpoklady nebo S' je prvkem $K(T)$, právě když (buďto S je podmnožinou či nadmnožinou T anebo S je podmnožinou či nadmnožinou T').

Pokud je S prvkem $K(T)$, je i S' prvkem $K(T)$. Neboli, řečeno slovně, s každou množinou patřící do komplexu kolem pc množiny T patří do tohoto komplexu i její doplněk.²² Pro některé pc množiny T má $K(T)$ příliš mnoho prvků, tedy $K(T)$ obsahuje příliš mnoho

¹⁸ Ve (FORTE 1964) i ve (FORTE 1973b).

¹⁹ V této knize je teorie v rozšířené podobě, 'includes a large number of refinements and extensions' (FORTE 1973b, 93).

²⁰ Druhá polovina této knihy je tvořena zkombinováním výťahu z (FORTE 1964) a (TEITELBAUM 1965).

²¹ K překladu pojmu 'set complex': Tento pojem jsem přeložila jako "komplex množin". Výraz 'complex' by mohl být též přeložen jako "souhrn", "celek", "soubor" či "sada". Významově tento komplex množin představuje množinu pc množin, ale tento překlad by spíše odpovídal anglickému 'set of sets'. (LUDVOVÁ 1975, 68-69) používá výraz "systém množin kolem...". Slůvkem "kolem" jsem se inspirovala při tvorbě překladu.

²² Protože pro dvě množiny A,B platí, že A je podmnožinou B právě když B' je podmnožinou A' .

množin,²³ proto je třeba “jemnějšího” pojmu. Navíc komplex množin nemá vlastnost reciprocity doplňku.²⁴ Proto FORTE (1973b, 96) definoval ještě *podkomplex* ('subkomplex'), značený $Kh(T)$, a to takto:

S nebo S' je prvkem $Kh(T)$ právě tehdy, když (S je podmnožinou či nadmnožinou T a zároveň S je podmnožinou nebo nadmnožinou T').

Relace Kh je symetrická, tj. S je prvkem $Kh(T)$, právě když T je prvkem $Kh(S)$. Pokud je S prvkem $Kh(T)$, pak S je prvkem $K(T)$. Výčet množin patřících do podkomplexu množin kolem dané množiny s kardinálním číslem 4, 5, 6 uvádí FORTE (1973b, 200-208). V tomto přehledu jsou u každého podkomplexu vypsány jen množiny s kardinálním číslem 3 až 6. Patří tam i jejich doplňky. Obdobný přehled pro komplexy množin Forte z prostorových důvodů nepublikoval, ačkoliv jej s pomocí počítače vytvořil (FORTE 1964, 162).

Jak se s těmito pojmy pracuje v praxi a k čemu je teorie komplexů množin užitečná? Takto se vyjádřil FORTE (1973b, 93):

„[...] set complex, which provides a comprehensive model of relations among pc sets in general and establishes a framework for the description, interpretation, and explanation of any atonal composition.“

„[...] the set-complex model has a number of interesting and novel implications for many aspects of structure, not the least of which is form.“

Při praktickém použití se sestaví tabulka, ve které jsou pro dvojice pc množin vyanalyzovaných ze skladby zjištěny vztahy K , Kh . Na základě toho jsou určovány strukturální souvislosti a hledány „důležitější“ množiny.²⁵

2.2.3 Rody pc množin

V roce 1988 Forte představil ve studii *Pitch-Class Set Genera and the Origin of Modern Harmonic Species* (FORTE 1988b) koncept organizace pc množin do rodů pc množin ('pitch class set genera', singulár 'genus'). Systém rodů je, podobně jako systém komplexů množin, odvozen nezávisle na jakýchkoliv kompozičních postupech. Další podobností je založení na relaci inkluze.

Každý rod pc množin představuje systém pc množin provázaný jistými vlastnostmi. Forteho požadavky na systém rodů pc množin jsou následující (FORTE 1988b, 190):

²³ Například $K(3-1)$ obsahuje 94 množin (FORTE 1973).

²⁴ Podrobněji viz (FORTE 1973b, 96-97).

²⁵ Zde uvádím jen velmi stručně princip dalšího postupu, podrobnosti viz druhá polovina (FORTE 1973b).

1. úplnost ('completeness')
2. symetrie ('symmetry')
3. vnitřní konzistence ('internal consistency')
4. konkretizace v reálných skladbách

K těmto požadavkům se ještě dále vrátím. Čtvrtý požadavek, tedy požadavek, aby tato teorie nebyla odtržena od reálné hudby, bude muset být dle Forteho prověřen časem (FORTE 1988b, 190).

Výchozím bodem pro konstrukci rodu pc množin je jedna nebo dvě pc množiny s kardinálním číslem 3, odvozené na základě zkoumání vlastností intervalových vektorů. Každá z těchto množin je nazývána pojmem *předek* ('progenitor')²⁶. *Rod pc množin* je systém pc množin splňující tyto podmínky:

1. Každý člen rodu²⁷ a jeho doplněk v sobě musí obsahovat předka (předky).
2. Každý pentachord v sobě musí obsahovat aspoň jeden z tetrachordů patřících do rodu.
3. Každý hexachord v sobě musí obsahovat aspoň jeden pentachord a aspoň jeden tetrachord z rodu.

Rod je symetrický, tj. s každou pc množinou do něj spadá i její doplněk.

Forte odvodil celkem 12 různých rodů pc množin (4 rody s jedním předkem, 8 rodů se dvěma předky) a jednotlivým rodům přiřadil názvy jako atonální, celotónový, zmenšený, atd. Přehledná tabulka všech rodů včetně jejich názvů, předků a počtu množin je uvedena ve FORTE 1988b, 201), stejně jako seznam pc množin patřících do jednotlivých rodů (FORTE 1988b, 264-266). Do tohoto seznamu jsou zahrnuty pouze pc množiny s kardinálním číslem tři až šest. Patří tam též jejich doplňky, které ale lze snadno odvodit. Každá pc množina s kardinálním číslem tři až deset je obsažena aspoň v jednom rodu pc množin. Některé rody tvoří dohromady *nadrod* ('supragenus').²⁸

Ve Forteho teorii rodů jsou ještě definovány koeficienty '*difference quotient*' a '*status quotient*', které zde jenom zmiňuji.²⁹ Počítání s nimi obnáší množství výpočtů. FORTE (1998a, 231) uvádí, že k praktickému použití teorie rodů pc množin je třeba mít k dispozici počítačový program, konkrétně zmiňuje program (MOD 12), který napsal Tom Demske.³⁰

²⁶ Podrobněji o odvození předků viz (FORTE 1988b, 188-191).

²⁷ Člen rodu = pc množina, která je součástí rodu.

²⁸ Podrobněji viz (FORTE 1988b).

²⁹ Definice a výpočty viz (FORTE 1988b).

³⁰ Ve (FORTE 1998, 235) je uveden odkaz na počítačový program (MOD 12), s odkazem na webové stránky

K čemu je pojem rod vlastně užitečný? Na příkladu 10 různých skladeb FORTE (1988b, 235-263) v závěrečné části studie ukazuje aplikaci tohoto pojmu. U každé skladby je zkoumáno, do kterých rodů patří pc množiny objevující se ve skladbě, který rod či rody převládají a jak spolu souvisejí.

Jak se liší smysl rodu pc množin a komplexu množin? Takto se vyjadřuje FORTE (1988b, 231):

„Whereas set-complexes show relations among their components in a set-complex matrix, a genera matrix doesn't show this as clearly: it shows inclusion relations of various types.”

2.3 Aplikace na analýzu konkrétních skladeb a další důležité studie

V této části bych ráda poukázala na některé další Forteho studie týkající se dílčích problémů a aplikace na analýzu skladeb. Nejprve se zaměřím na analytické studie.

Jedním z hlavních okruhů zájmu byla Schoenbergova hudba Arnolda Schoenberga, zvláště ta atonální. Raná práce (FORTE 1963) se týkala analýzy *Sechs kleine Klavierstücke*, Op. 19. Ve studii *Sets and Nonsets in Schoenberg's Atonal Music* (FORTE 1972) se zabýval důležitými pc množinami v jeho atonálních skladbách. Jednou z nich je i množina 6-Z44, která je základním tvarem množiny tvořené tóny Es-C-H-B-E-G, což představuje jakýsi Schoenbergův hudební podpis a tato množina je typická pro Schoenbergovu atonální hudbu (FORTE 1972, 47). Kniha o analýze *Svěcení jara* (FORTE 1978a) vyvolala reakce kritiků hlavně kvůli ignorování rytmické složky a soustředění se pouze na tónové výšky. V témže roce vyšla i studie sledující Schoenbergův hudební vývoj od tonality k atonalitě na základě použitých pc množin a práce s nimi (FORTE 1978b). Ve studii o písňovém cyklu *Buch der hängenden Gärten*, op. 15 se FORTE (1992) se zabýval zkoumáním uspořádaných pc množin. FORTE (1999) publikoval monografii o veškeré atonální hudbě Antona Webera.

Zkoumáním intervalových možností pc množin se zabýval FORTE (1973a). Ve studii (FORTE 1983) se věnoval otázce, jak spolu souvisí struktury tónových výšek a rytmické

Peter Castinea <[ftp://ftp.prz.tu-berlin.de/pub/MusicAnalysis/MS-DOS/Demske](http://ftp.prz.tu-berlin.de/pub/MusicAnalysis/MS-DOS/Demske)> mod12). Tyto webové stránky jsou již nějakou dobu nedostupné. Zjistila jsem, že zmíněný program je volně ke stažení na <<http://www.davesmey.com/programs/links.htm>>. Tato stránka obsahuje navíc odkazy na několik dalších programů pro práci s pc množinami.

struktury v atonálních skladbách začátku 20. století.

Dále bych ráda upozornila na studii, ve které se FORTE (1991) zabývá oktatonikou z pohledu pc množin. Oktatonické stupnici (tj. stupnici založené na pravidelném střídání půltónů a celých tónů) odpovídá pc množina 8-28. Forte zkoumá vlastnosti této pc množiny a jejích podmnožin, jejich vztah ke 12 rodům pc množin a dále způsob, jakým tyto množiny figurují v Debussyho hudbě.

3. KRITICKÁ DISKUZE

Kolem Forteho textů se rozvíjela kritická diskuze, která probíhala převážně na stránkách periodik *Journal of Music Theory*, *Music Analysis*, *Music Theory Spectrum*, *Perspectives of New Music* a *The Musical Quarterly*. Tato kapitola pojednává o několika důležitých polemických tématech. Forte některé kritické ohlasy komentoval v příspěvku na konferenci, který posléze vyšel pod názvem *Pitch-Class Set Analysis Today* (FORTE 1985) v časopise *Music Analysis*. Tento příspěvek je mimo jiné Forteho reflexí dvaceti let vývoje analýzy pomocí pc množin, hodnocením aplikací a poukázáním na další možný vývoj.

3.1 Na jaký repertoár metodu používat?

Neboli jaké je pole působnosti ('scope and domain') tohoto přístupu? Forte rozvinul svou metodu pro analýzu atonální hudby, zvláště 1. poloviny 20. století. Jak uvádí v souvislosti s teorií komplexů množin, tato metoda „establishes a framework for the description, interpretation and explanation of any atonal composition“ (FORTE 1973b, 93).

Na téma okruhu působnosti své teorie pojednává v textu (FORTE 1985, 30). Použití na atonální hudbu ale není povinné. Forte zmiňuje studii (BERRY 1976), ve které teorie pc množin není vůbec použita. A několik dalších autorů, kteří se ve svých podle Forteho výborných analytických studiích téměř nebo zcela obešli bez jeho teoretických postupů. Na druhé straně zmiňuje autory, kteří postupy teorie pc množin používali, speciálně pak kompletní analýzu Bergova *Wozzecka* pomocí pc množin od Janet SCHMALFELDT (1983).³¹ Richard S. PARKS (1980) používal teorii pc množin spolu s dalšími metodami při analýze Debussyho hudby (FORTE 1985, 35). Dále Forte píše o studii Marthy HYDE (1982) na téma Schoenbergovy dvanáctitónové hudby (FORTE 1985, 34).

Dle Forteho právě tyto různé aplikace dokazují, že analýza pomocí neuspořádaných pc množin nesvazuje ke strnulé interpretaci a není omezena pouze na malý repertoár hudby (tedy převážně na atonální hudbu skladatelů Druhé vídeňské školy). Naopak, pokud je správně interpretována, vznikají nové a zajímavé výsledky (FORTE 1985, 38).

V souvislosti s teorií pc množin je někdy v textech zdůrazněno, že se jedná o „teorii neuspořádaných pc množin“ ('unordered pc set analysis/theory'). Forteho metoda pracuje

31 Citováno ve (FORTE 1985, 35).

převážně s hledáním souvislostí mezi neuspořádanými pc množinami. Pokud je v literatuře uveden výraz „teorie neuspořádaných pc množin“, je tam slovo „neuspořádaných“ spíše jen pro zdůraznění. Uspořádané pc množiny nalézají větší uplatnění při analýze dvanáctitónové hudby. Pro analýzu atonální a nikoliv dodekafonické hudby má však větší smysl pracovat s neuspořádanými pc množinami. FORTE (1985, 40) se k použití uspořádaných množin vyjádřil takto: „*Koncept uspořádaných množin dvanáctitónové teorie je jen okrajově relevantní ke studiu hudby, ve které je základní strukturální jednotkou neuspořádaná množina.*“ Nicméně někteří kritici se mylně domnívají, že Forteho metoda byla odvozena z dvanáctitónové teorie a proto se nehodí k aplikaci na nedvanáctitónovou hudbu (FORTE 1985, 40).

Co se týče možností aplikace na tonální hudbu, tak tato metoda není příliš vhodná. Stačí si uvědomit, že durový a mollový kvintakord jsou považovány za ekvivalentní. Pc množiny, které se vyskytují v tonální hudbě, představují jen malou část všech pc množin. Pro tonální hudbu by při použití metody došlo k příliš velké eliminaci mnoha strukturálně důležitých jevů. Například všechny durové a mollové kvintakordy v různých obrazech a rozlohách by byly nerozlišitelné. Nicméně označení pc množin dvojicí čísel se ujalo i v některých analýzách tonální či rozšířeně tonální hudby. Z Forteho teorie je tam mnohdy používáno jen to označení.

Někdy může být jednoznačné zařazení díla mezi tonální či atonální skladby obtížné. Důkazem různých přístupů k analýze téhož díla jsou dvě studie uveřejněné ve stejném čísle časopisu *Journal of the Arnold Schoenberg Institute* zabývající se Opusem 11, č. 1 Arnolda Schoenberga. V první z nich Allen FORTE (1981)³² skladbu analyzoval pomocí pc množin. Druhá studie pochází z pera „*sužovaného*“³³ a *poněkud nedůtklivého stoupence tonality*“ (*'beleaguered and somewhat petulant tonalist'*)³⁴ Willa OGDONA (1981)³⁵. O srovnání těchto dvou studií pojednává Forte v textu *Pitch-Class Set Analysis Today* (FORTE 1985).

Co se týká otázky posuzování analytické metody, FORTE (1985, 42) vyřkl kritéria, která by měl jakýkoliv analytický postup splňovat.

Prvním je úplnost ('all components of the pitch structure be included in the analysis').

32 Citováno v NATTIEZ (5-6).

33 Možno též překlad „*utrápeného*“.

34 Takto se o Ogdonovi vyjádřil FORTE (1985, 42).

35 Citováno ve (FORTE 1985, 42).

Druhým je konzistence. Všechny postupy jsou používány v té podobě, v jaké byly stanoveny před analýzou. Tedy není možné zavádět během analýzy nová pravidla. Třetím a posledním je ověřitelnost, která znamená, že různí analytici dojdou použitím stejné metody k výsledkům, které se významným způsobem protínají.

Jak trefně vystihl NATTIEZ (3) o tom, co mají společného harmonická taxonomie tonální hudby s taxonomií pc množin: „*stejně jako klasifikace akordů umožňuje činit srovnání a stylistické analýzy, tak nám klasifikace pc množin umožňuje charakterizovat to, co nazvu 'atonální styl' a srovnávat a upozorňovat na podobnosti mezi díly jednoho skladatele nebo mezi dvěma různými skladateli.*“

3.2 **Není metoda příliš abstraktní a formální?**

K tomuto tématu FORTE (1985, 46) uvádí:

„*Some observers have felt that the procedures of pitch-class set analysis are too mechanical and the concepts too complex.*“

Dále cituje z recenze knihy *The Structure of Atonal Music* od anonymního autora nazvané *'The Rules of Scrabble'* (FORTE 1985, 46):

„*What sets the American approach apart ... is its total lack of concern for how the composer works or what he may intend his music to express.*“

„*Not content to regard music as only that which is notatable, Professor Forte further reduces the field of his investigations to a gritty deposit of notes from which instrumentation, accentuation, rhythm, tessitura, tempo, dynamic, even sequence have been boiled away.*“

Forte na to odpovídá, že to, že se *The Structure of Atonal Music* nezabývá detailně instrumentací, akcenty, rytmem, neimplikuje, že on sám považuje tyto aspekty za nedůležité. Rozsah, v jakém analytický proces odpovídá kompozičnímu, bude vždy do jisté míry sporný, zvláště pokud chybí důkazy o kompoziční metodě, jak je to mnohdy v případě atonální hudby (FORTE 1985, 47).

FORTE (1978a) v knize *The Harmonic Organization of The Rite of Spring*³⁶ analyzoval Stravinského Svěcení jara. Studie podle něj nesklidila příliš velký úspěch. V rozsáhlé recenzi o ni Richard Taruskin mimo jiné píše, že Forteho aplikace jeho metody je v tomto případě zbytečně restriktivní a jednostranná a že stejné množství informací o Svěcení

³⁶ Citováno ve (FORTE 1985), odkud pocházejí i následující informace.

jara skryla jako odhalila. Taruskin kritizuje, že analýzou pomocí pc množin byly ignorovány ty hlavní rysy hudby, které on považuje za příklad běžné funkční tonality (FORTE 1985, 36).

FORTE (1985, 36) na tuto kritiku reagoval takto: „*Pokud přijmeme toto čtení 'funkční' harmonie ve Svěcení jara za platné, vyplývá z toho důležitý historický objev: že Stravinskij studoval špatné učebnice tonální harmonie.*”³⁷

3.2.1 Redukce na tónové výšky

Protože je Forteho metoda založena na zjednodušení analýzy hudby na práci pouze s tónovými výškami (a i v oblasti tónových výšek dochází k redukci na 12 tříd tónových výšek) a další parametry hudby, jako je rytmus, témbra, dynamika a jiné nejsou v podstatě brány v potaz, je pro analýzu delších částí skladeb z praktických důvodů výhodné vytvořit si jakousi kvazipartituru, ve které nejsou zahrnuté pro Forteho metodu nadbytečné aspekty. Tyto aspekty hudby ale mohou mít podstatný vliv na její vnímání a jejich eliminací lze tedy někdy dospět k tomu, že jsou vyanalyzované souvislosti v nesouladu s tím, jak tuto hudbu vnímáme. Terčem kritiky se stala analýza třetí části z Schoenbergových Pěti kusů pro orchestr, Op. 16. Tato část je dle kritika založena na témbrové nejednoznačnosti, jenže právě témbra Forte do analýzy nezahrnul. A ještě další příklad:

V analýze části Danse sacrale ze Svěcení jara FORTE (1978a) odhalil kanonickou strukturu, která je skryta pod témbrovým povrchem. Kritiku ignorování rytmu při analýze Svěcení jara Forte ospravedlňuje tím, že už z názvu titulu je patrné jeho zaměření na harmonickou organizaci (FORTE 1985, 40).

I když se metoda zabývá jen systematizací tónového materiálu a jeho strukturálními souvislostmi, může být tento postup přínosný. Analytický přístup s využitím teorie množin vede logicky k otázkám typu: Kolik existuje různých množin, které mají určitou danou vlastnost? Toto možná zdánlivě jen bezvýznamné počítání má smysl i z hudebního hlediska. Množiny s určitými specifickými vlastnostmi mohou být a často byly v hudbě používány záměrně. Stačí si vzpomenout například na Messiaenovu oblibu modů s omezeným počtem transpozic. Systematické zkoumání tónového materiálu tedy může pomoci množiny vhodných vlastností nalézt a uvědomit si jejich vzájemné vztahy. Z tohoto důvodu se domnívám, že Forteho teorie může být inspirativní i z kompozičního hlediska, byť ji Forte zamýšlel jako

37 (*If we accept as valid this reading of 'functional' harmony in The Rite of Spring, an important historical discovery ensues: that Stravinsky studied the wrong functional harmony textbooks'.*)

čistě analytickou metodu.

3.2.2 K čemu jsou Z-příbuzné dvojice?

Zvláštní pozornost si zasloužily pc množiny, které mají v označení písmeno Z. Dvojice pc množin, které mají stejný intervalový vektor, ale nelze je na sebe navzájem převést pomocí transpozice nebo inverze následované transpozicí, se nazývá *Z-příbuzná dvojice* ('*Z-related pair*'). Tyto množiny poprvé popsal LEWIN (1960).³⁸ Je to tedy dvojice neekvivalentních pc množin se stejným intervalovým vektorem. Pc množiny, které tvoří Z-příbuznou dvojici, jsou označovány jako *Z-korespondující* (*Z-correspondent*).

Celkem je takových dvojic 19 (FORTE 1973b, 21) a všechny Z-korespondující pc množiny mají ve svém označení písmeno Z. Příkladem takové Z-příbuzné dvojice jsou pc množiny 4-Z15 a 4-Z29. Jejich intervalovým vektorem je (111111) a tyto pc množiny představují tedy všeintervalové tetrachordy.

Debata, která vznikla kolem tohoto pojmu, se týkala hlavně následující otázky: Proč je nutné rozlišovat dvě pc množiny, které mají stejný intervalový vektor? FORTE (1964) nejprve tyto pc množiny také nerozlišoval a ekvivalenci dvou množin definoval pomocí stejného intervalového vektoru.³⁹ Z toho pak zákonitě vyplývalo, že některé množiny nebylo možné převést na stejný tvar pomocí transpozice nebo inverze následované transpozicí, ačkoliv byly dle definice ekvivalentní.

Ale zpět k původní otázce: Dle FORTEHO (1985, 39) mají tyto pc množiny, obzvláště ty šestiprvkové, velký význam v atonální hudbě. Jako příklad uvádí dvojici 6-Z29, 6-Z50. Množina 6-Z29 se často objevuje v kontextu Stravinského oktatonické hudby, ačkoliv se nenachází v oktatonické stupnici. S ní korespondující množina 6-Z50 je součástí oktatonické stupnice. V Bergově opeře *Wozzeck* je hned několik důležitých Z-příbuzných dvojic pc množin, z nichž každá ze Z-korespondujících pc množin je spojována s určitou postavou či konstelací postav. Například jedna z pc množin reprezentujících Marii je 4-Z15, zatímco její Z-korespondují 4-Z29 reprezentuje postavu Lékaře.⁴⁰ Při rozlišování jen na základě intervalového vektoru by tyto souvislosti nebyly odhaleny.

³⁸ Viz FORTE (1973b, 21).

³⁹ Nutno dodat, že v tomto textu ještě nebyl exaktně definován a jednotně používán pozdější pojem pc množina. Místo toho se většinou používal termín 'pitch-set'.

⁴⁰ Všechny tyto příklady pocházejí z FORTE (1985, 39).

3.3 Segmentace

Segmentace ('segmentation') je jedním z klíčových problémů hudební analýzy. Pod pojmem segmentace se rozumí proces určení toho, které hudební jednotky skladby budou považovány za objekty analýzy (FORTE 1973b, 83). V kontextu Forteho metody to znamená stanovit rozdělení not do pc množin. Tato fáze je velmi důležitá, neboť na ní svým způsobem závisí výsledek analýzy.

S tím souvisí například námitka Nicholase COOKA (1995, 146) vůči Forteho metodě: Teorie a terminologie vytváří dojem objektivního a vědeckého přístupu, jako matematický důkaz. Ale analýza pomocí teorie množin není vědecká a objektivní na samém začátku procesu, tedy v okamžiku segmentace. Na analytikovi záleží, jak hudbu rozdělí na sekce a jaké pc množiny vezme za základ. Cook uzavírá slovy: „Žádná analýza založená na teorii množin nemůže být více objektivní nebo více hudebně opodstatněná ('well-founded') než je její počáteční segmentace.“

3.3.1 Forteho pojetí segmentace

Podle čeho se má tedy analytik řídit při vytváření segmentace? Forteho pohled na segmentaci se vyvíjel. Ve studii *Sets and Nonsets in Schoenberg's Atonal Music* (FORTE 1972, 45) naznačil jistá „neformální“ pravidla, jak určit pc množiny důležité pro určitou skladbu (ty nedůležité označuje výrazem nemnožina ['nonset']):

- 1) Množiny se objevují konzistentně během celé skladby, nemají pouhý lokální charakter.
- 2) Jejich doplněk se taktéž objevuje konzistentně v průběhu skladby.
- 3) Pokud je množina členem Z-příbuzné dvojice, pak se ve skladbě objevuje i odpovídající druhý člen Z-příbuzné dvojice.
- 4) Množina je atonální množinou, ne množinou vyskytující se v tonální hudbě.

Forte si důležitost tohoto procesu uvědomoval a proto teorii segmentace věnoval v *The Structure of Atonal Music* celou kapitolu, ve které se též snažil zformulovat pokyny pro segmentaci (FORTE 1973b, 83-92). Nejprve zavedl několik pojmů:

Pojem *primární segment* ('primary segment') znamená konfiguraci, která je izolována jako jednotka běžným způsobem. To je například rytmicky výrazná melodická figura. Většinou jsou tyto segmenty naznačeny notovým zápisem, například útvary ohraničené pomlčkami nebo se společným trámcováním. Podobně akordy a ostinátní vzory jsou též primárními segmenty.

Subsegment ('subsegment') je konfigurace několika následujících tónů z primárního segmentu.⁴¹ Jedním ze způsobů, jak získat z primárního segmentu subsegmenty, je *'imbrication'*. Tento pojem, který by bylo možné přeložit jako *šupinový vzor*, je charakterizován jako systematická (sekvenciální) extrakce subkomponent nějaké konfigurace.⁴² To znamená, že se z primárního segmentu uvažují množiny s menším počtem prvků, o něco posunuté, částečně se překrývající (proto „šupinový vzor”). V příkladech uvedených v knize (FORTE 1973b, 84) jsou subsegmenty o stejném počtu tónů, ale není psáno, že to má být pravidlem.

Složený segment ('composite segment') je segment vzniklý ze segmentů nebo subsegmentů, které spolu sousedí, nebo jsou jiným způsobem propojeny. Pro tvoření složených segmentů Forte dále doplňuje, že by složený segment neměl přesahovat přes vertikální pomlku. To jest složený segment může obsahovat v některých hlasech pomlku, ale ne ve všech hlasech zároveň.

Forte podotýká (FORTE 1973b, 90), že systematická segmentace může často vést k vytvoření jednotek, které nejsou s ohledem na strukturu důležité. Příkladem je třeba větší množství segmentů, které se na žádném jiném místě skladby neopakují. V takových případech může být podle něj nutné segmentaci upravit. Určování segmentů závisí na kontextuálních ('contextual') kritériích. Termín kontextuální značí, že rozhodnutí týkající se segmentace budou s ohledem na to, aby se segmenty vztahovaly at' už k lokálnímu nebo nelokálnímu úseku skladby. Fortemu se zdá prakticky nemožné systematizovat nějakým užitečným způsobem ('any useful way') tato kontextuální kritéria.

Jedním z obvyklých kritérií je opakování ('recurrence'). Forte tvrdí, že jestliže určitý segment vytváří pc množinu, která je ve skladbě reprezentována ještě někde jinde, pak je pravděpodobně legitimní strukturální komponentou. Na druhou stranu připouští, že i segment vytvářející pc množinu, která se objevuje pouze jednou, může mít svůj vlastní důvod k existenci (FORTE 1973b, 91).

Nejefektivnějším základem pro rozhodování týkající se významu pc množin vzniklých segmentací je hledání vztahů komplexů množin. Pokud jsou tyto vztahy správně interpretovány, tak často poukází na množiny s menším významem, které by měly správněji být nahrazeny nadmnožinou nebo rozloženy na podmnožiny. Znalost skladatelova způsobu

41 Tento pojem není v knize přesně definován, ale z textu vyplývá, že je pravděpodobně chápán takto.

42 'the systematic (sequential) extraction of subcomponents of some configuration'

komponování dává návod ('provides guides') k určení segmentů (FORTE 1973b, 92).

3.3.2 Kritický pohled na Forteho segmentaci

K tomuto Forteho pojetí segmentace vyvstává několik otázek a problémů. Hlavním problémem je asi objektivita postupu. Nelze výsledek analýzy předem ovlivnit vhodně zvolenou segmentací? Nedochází zde k zacyklení? Při analýze skladby chceme najít strukturální souvislosti (tj. jak spolu souvisí vyskytující se pc množiny), pokud tedy po provedení segmentace, byť by se zdála být podle předchozích pravidel správná, shledáme nedostatečnou strukturální souvislost, pozměníme segmentaci, abychom dosáhli „lepšího“ výsledku analýzy. Takový způsob analýzy by vycházel z předpokladu, že skladba má četné strukturální souvislosti a je třeba jich odhalit co nejvíce. A jak u určitých neopakujících se pc množin poznat, jestli jsou důležité nebo je třeba upravit segmentaci?

Obdobným zacyklením je, pokud bychom chtěli ve skladbě odhalit význačné pc množiny a skladatelův kompoziční postup, ale při segmentaci bychom již vycházeli ze znalostí tohoto postupu. Dále, už čistě ze statistického hlediska, pokud budeme segmentaci provádět s ohledem na pc množiny, kterých je menší počet (tím myslím třeba pc množiny s kardinálním číslem 3, kterých je pouze 12), tak je větší pravděpodobnost, že se budou opakovat, než kdybychom se soustředili na množiny, kterých je více (například celkem 38 neekvivalentních pc množin s kardinálním číslem 5). Další otázkou je, jak vlastně souvisí takto provedená segmentace s tím, jak hudbu vnímáme. Nemůže s tím být segmentace vytvořená jen na základě notového zápisu v rozporu?

NATTIEZ (4-5) poukázal na čtyři metodologické nedostatky Forteho segmentace. Zaprvé, Forte zdá se předpokládat, že díky určitému počtu vodítek ('clues') je segmentace primárních nebo složených segmentů dána tak, že je zcela zřejmá. Zadruhé, při identifikaci subsegmentů může docházet a dochází k tomu, že jsou voleny tak, aby korespondovaly s tím, co už bylo zjištěno.⁴³ V tomto bodě Nattiez naráží na fakt, že jednotky segmentace by měly být stanoveny až po provedení segmentace a tedy, že by se segmentace neměla provádět s ohledem na již segmentovaná místa. Zatřetí považuje za problematické porovnávání jednotek, které se vyskytují v jedné skladbě, ve skupině skladeb téhož skladatele a v celém skladatelově díle. A začtvrté poukazuje na to, že Forte při analýze vychází z informací, které jsou pro dílo

43 Právě to uvažuje Forte svým poukázáním na kontextuální kritéria.

vnější (Nattiez toto nazývá 'external poietics'), jako je skladatelovo poznačení určité množiny tónů v rukopise.

O segmentaci pojednává též HASTY (1981), který se ve své studii zabývá i dalšími souvisejícími problémy: vztahem ostatních hudebních parametrů k parametrům tónové výšky a intervalu, významem (těchto) vybraných vztahů pro hudební slyšení a hudebním vývojem ('musical development') a formou.

Jeho přístup k metodě segmentace sestává ze dvou kroků (HASTY 1981, 55). „*Prvním krokem je pečlivý poslech hudby se zaznamenáváním různých strukturálních vjemů ('structural perceptions'). V druhém kroku jsou navržena pravidla k formulaci teorie, která by mohla tyto vjemy vysvětlit. Tato pravidla nesmějí vysvětlovat interpretace, které jsou ve sporu s vnímáním, ale mohou odhalovat vnímání, která byla původně vynechána.*“

Adekvátnost pravidel pro segmentaci může být ověřena předvídáním výsledků vnímání.

Pojmem *hudební domény* ('musical domains') Hasty souhrnně označuje různé vlastnosti hudby jako témbro, dynamika, intervalové asociace, polohy ('register'), obrys (míněno obrys melodie).

K problému hudební struktury přistupuje přes zkoumání kontinuity a diskontinuity (neboli spojitosti a nespojitosti) hodnot různých domén. Nespojitosti vznikají změnou hodnoty některé z domén (například náhlá změna dynamiky, témbro) a jsou tím, co při vnímání přitahuje pozornost. Tento princip třídění informací zvukového vjemu pomocí sdružování prvků podobných vlastností je znám i z hudební psychologie (FRANĚK 2007).

Hasty na příkladu jednoho taktu ukazuje, jak lze uvažováním různých kombinací těchto domén (nespojitosti mohou nastávat pro různé domény na různých místech) dospět k různým možnostem segmentace. Jako obecné pravidlo formuluje, že segmentace, které byly určeny na základě spojitostí a nespojitostí více domén, jsou více znatelné na poslech a obvykle vycházejí z kompozičního procesu ('borne out in the progress of the composition') (HASTY 1981, 59).

I přes toto tvrzení ale považuje nejednoznačnost segmentace za obzvláště důležitý hudební aspekt a navrhuje všimnout si rozvíjení motivů a množin vzniklých různým způsobem segmentace v průběhu dalšího průběhu skladby.

HASTY (1981, 72) na základě zkušenosti se segmentací uplatněnou na větší hudební

celky uvádí:

„I cannot pretend that this analytic technique in all cases produces a clear, unequivocal background structure. There are often highly ambiguous passages with many segmentations of equal strength and passages which make no gesture of closure.” A dále dodává: *„V těchto případech to může být tak, že protiklad jasnosti a víceznačnosti ('clarity and ambiguity') nebo protiklad dynamična a staticna ('dynamic and static') vytváří doménu a tak může mít strukturální funkci.”*

FORTE (1998, 227) se později vyjádřil, že jeho pravidla segmentace prezentovaná v *The Structure of Atonal Music* jsou zastaralá ('out of date') a že se jeho pohled na toto téma značně změnil. Segmentace odráží osobní reakce na hudbu, což je u segmentace nevyhnutelné. A dále uvádí (FORTE 1998, 229):

„We have to look at segmentation methods and the results of different segmentations, but we also have to look at the statistical construct as it ends up in the form of a matrix. You have to analyse your results as well as your methods in applying the pitch-class set genera.”

Při analýze je nutná analytická znalost ('analytical competency') a analytická zkušenost ('analytical experience'). FORTE (1998, 229) poznamenává:

„I would hate to see segmentation rules so formalised that they ruled out either flexibility of this kind or learning through analysis. Analysis is really an educational activity – self-education, and sometimes educating other people.”

4. VYUŽITÍ POČÍTAČŮ PŘI ANALÝZE

Praktické použití Forteho metody obnáší velké množství výpočtů. Pro urychlení a zjednodušení práce se tedy logicky nabízí využití počítačů. Další výhodou je eliminace možných početních chyb. Forteho metoda je s využitím počítačů spjata už od samého počátku.

Zásadní otázkou je stanovení podoby vstupu a výstupu a formulace algoritmů. U různých operací s množinami, jako například určování základního tvaru, intervalového vektoru, odvozování dané transpozice a inverze, je situace poměrně jednoduchá. V tomto případě je vstup a výstup jasný a algoritmus je z daných pravidel relativně snadno vytvořitelný. Složitější je požadavek, aby počítačový program dokázal provést segmentaci a pc množiny přímo z dané skladby vyanalizovat. O praktické realizaci takového programu a též o otázkách, které je nutno v souvislosti s takovým programem uvažovat, pojednává FORTE (1966) v textu *A Program for the Analytic Reading of Scores*⁴⁴. Já se zaměřím pouze na obecné aspekty, jejich konkrétní realizaci ponechám stranou, neboť vzhledem k datu vzniku programu a dalšímu vývoji metody není příliš aktuální a je zajímavá spíše z historického hlediska.

Program pro čtení not pracuje na principu analýzy formálních charakteristik sekvencí grafických znaků zapsaných ve „vstupním jazyce“ ('the music input language'). Základním předpokladem je tedy mít zkoumanou skladbu ve formě 'music input language', tedy notový zápis přepsaný do jazyka symbolů. Forte používal jazyk navržený Stefanem Bauer-Mengelbergem. Tento jazyk splňuje následující kritéria (FORTE 1966, 333):

- 1) Je izomorfní ke standardní hudební notaci.
- 2) Je dobře zapamatovatelný, a proto snadno naučitelný.
- 3) Při kódování není třeba činit žádná další rozhodnutí.
- 4) Zápis je ekonomický, tj. není zbytečně dlouhý.

Noty je nutné do tohoto jazyka ručně přepsat.

Další krokem je samotný proces analýzy, tedy sdružování určitých znaků do jednotek ('units') a hledání opakujících se vzorů. Je nutné tento postup formulovat do jasně daných

⁴⁴ Ačkoliv je tento text poměrně raný, obsahuje mnohé obecně platné myšlenky související se zpracováním a vyhodnocením notového zápisu na počítači.

pravidel, na jejichž základě bude vytvořen algoritmus pro počítačový program.⁴⁵ Výhodou použití počítačového programu je vyhnutí se možné nesystematičnosti nebo případným početním chybám. Programovacím jazykem byl SNOBOL3, kvůli snadné práci s řetězci. Program je prý schopen poradit si s různými eventualitami zadaných řetězců a případně i s chybami vzniklými při přepisu (FORTE 1966, 333). Výstupem je modifikace vstupního jazyka, ve kterém byly opakující se segmenty nahrazeny stejným označením.

O vývoji použití počítačů pro analýzu hudby a digitálních hudebních knihovnách pojednává v příspěvku na konferenci (ISAACSON – YORGASON, 2003). Jedním důležitých aspektů je časová náročnost přepisu skladeb do formy vstupního jazyka (ISAACSON – YORGASON, 2003, 2):

„Encoding scores for computer-based musical analysis is time-consuming – so much so that one rarely wants to encode more music than necessary, and is even tempted to pick shorter examples to simplify the process.“

Dále zdůrazňují fakt, že tyto přepisy skladeb jsou obvykle nepřístupné ostatním badatelům. Na rozdíl od klasické analýzy notového zápisu tak badatel nemá možnost srovnání většího množství not zapsaných ve vhodné podobě pro vstupní data. Aby byl výzkum efektivní, je nutné mít k dispozici digitální knihovnu not přepsaných do počítačového kódu ('computer-encoded scores'). Některé takové knihovny již vznikají.

Na různé elementární procedury (operace s pc množinami a intervalovými vektory) existují programy a již dříve jsem uvedla program (MOD12), který je určen pro výpočty související s teorií rodů pc množin.⁴⁶ Vyzkoušela jsem program JDubiel⁴⁷, verze 0.7 (2006), který má, zdá se, širší možnosti použití. Jeho autor Akira Takaoka o programu publikoval studii⁴⁸, která je ale nedostupná. Dostupný je pouze abstrakt:

„Most computer programs for pitch-class-set analysis which have appeared to date are limited to finding the Tn/TnI type of a given pc-set. By contrast, 'DUBIEL,' written in Java, is currently the most feature-rich application for pc-set analysis. Although the

45 Program tedy pracuje obdobným způsobem jakým postupuje hudební teoretik při analýze notového zápisu skladby bez použití počítače.

46 Webová stránka, na které je volně ke stažení (MOD12), obsahuje odkazy na několik dalších programů pro práci s pc množinami.

47 V programu v sekci „About“ autor píše: „JDubiel is named after Professor Joseph Dubiel of Columbia University, with whom I was privileged to study pitch-class set theory.“

48 Článek (TAKAOKA 2000) je nedostupný. Abstrakt je dostupný na <<http://sciencelinks.jp/j-east/article/200109/000020010901A0232943.php>>.

implementation of most classes and methods is rather straightforward, that of the method of identifying pc-sets in a composition involves the thorny issue of segmentation in atonal theory. An automated segmentation of pc-sets seems possible by means of Butler's 'Intervalllic Rivalry Model' A method based on the model is implemented in Dubiel so that it can perform automated segmentation of pc-sets. “

O možnostech programu přednášel Takaoka v srpnu 2009 na konferenci *International Computer Music Conference* (TAKAOKA, 2009). Autor v příspěvku kromě popisu svého programu uvádí stručný přehled a zhodnocení některých dalších počítačových programů pro analýzu pc množin.

Program nabízí možnosti pro hledání pc množin podle výčtu prvků, čísla množiny, intervalového vektoru, dále zjišťování vztahů pc množin pomocí transpozice, inverze, podmnožin. Sekce 'Composers' je určena pro práci s dvanáctitónovými řadami. Obsahuje řady použité ve skladbách Stravinského, Schoenberga, Weberna a Berga (řazeno nejprve podle skladatelů, pak podle skladeb) a umožňuje zjišťovat, jak souvisí zadaná pc množina s řadou použitou v určité skladbě. Kromě pojmů o postupu popsaných Fortem pracuje program i s pojmy definovanými jinými autory, pravděpodobně (MORRIS, 1987) a (RAHN, 1980).⁴⁹ Například v sekci 'Unordered Set Relations' je možné vedle hledání vztahu transpozice, inverze následované transpozicí určovat vztah „násobení“ množin ('multiplication'), který ve Forteho teorii není definován.⁵⁰ Nicméně číselné názvy pc množin v programu odpovídají názvosloví Forteho.

Program neumožňuje práci s komplexy a rody množin a zatím neobsahuje možnost automatické segmentace pc množin, založené na (BUTLER 1989), která je zmíněna ve výše citovaném abstraktu. Program je pravděpodobně stále ve fázi vývoje, takže jeho možnosti budou snad v dalších verzích rozšiřovány. Nezanedbatelným kladem programu je však jeho rozhraní ve formě menších oken pro jednotlivé sekce operací, které umožňuje pohodlně pracovat s částmi programu a současně například s textovým editorem.

Využití počítačů v analýze má velký význam pro usnadnění a urychlení práce a též pro eliminaci možných početních chyb. Rozhodně však nelze říci, že by bylo možné studium Forteho metody redukovat na pouhou znalost používání vhodného počítačového programu. Znalost pojmů a principů metody a pochopení jejich smyslu považuji za nezbytný předpoklad

⁴⁹ Viz JDubiel, sekce 'Help'.

⁵⁰ Např. množiny [1,2,3] a [2,4,6] jsou ve vztahu násobení dvěma (značeno M2).

pro aplikaci metody na analýzu skladeb. Trefně se na toto téma vyjádřil Takaoka:⁵¹

„If you are a student currently studying pitch-class set theory, I strongly recommend that you should not use this program but should use just a pen and music sheets until you acquire solid skills in the theory.“

⁵¹ Program JDubiel, sekce 'About'.

5. FORTEHO METODA V KONTEXTU DALŠÍCH ANALYTICKÝCH METOD

Pokud bychom chtěli zařadit Forteho metodu do kontextu dalších analytických metod, můžeme využít například klasifikaci uvedenou v užitečné přehledové práci na téma různých přístupů k hudební analýze od Nicholase COOKA (1995). Cook rozlišuje metody tradiční, metody schenkerovské, psychologický přístup k analýze, formální přístup k analýze a komparativní přístup.

Analytická metoda Allena Forteho je jedním z formálních přístupů k analýze. Cook definuje formální přístup k analýze jako druh analýzy, který zahrnuje zakódování hudby do symbolů a odvození hudební struktury podle vzorců, které tyto symboly vytvářejí.⁵² Zapsání skladby do not je svým způsobem také zakódováním hudby do symbolů, tento aspekt ale Cook nezmiňuje. Cook rozlišuje pojmy analýza formy a formální analýza. Analýza formy (tedy například označení dílů skladby písmeny A, B...) je příkladem formální analýzy, ale na mnohem méně detailní úrovni. Cook se blíže zabývá dvěma nejdůležitějšími formálními přístupy: 'set-theoretical analysis', tedy analýzou s využitím teorie množin, a semiotickou analýzou.⁵³

Zajímavější ale je všimnout si souvislostí Forteho metody s jinými přístupy 'set-theoretical' analýzy anebo kombinací Forteho metody a jiné analytické metody. V této kapitole bych chtěla velmi stručně uvést několik málo příkladů.

Co se týká souvislostí s jinými metodami, tak o syntéze lineárního schenkerovského přístupu s analýzou pc množin a vztahů mezi množinami pojednává FORTE (1988a).

Teorii rodů pc množin se zabýval též Richard Parks. FORTE (1998a, 230) přiznává, že pojem rod pc množin a jeho idea pochází od Parkse, přestože Forteho studie (FORTE 1988b) vyšla o něco dříve než Parksova kniha (PARKS 1989).⁵⁴ Parksův přístup je v některých aspektech odlišný. Parks o své teorii a též o porovnání s Forteho pohledem pojednává ve studii *Pitch-Class Set Genera: My Theory, Forte's Theory* (PARKS 1998). Uvedu jenom

52 „'Formal analysis' means any kind of analysis that involves coding music into symbols and deducing the musical structure from the pattern these symbols make.“ Viz COOK (1995, 116).

53 „[Semiotic analysis] concentrates on what music means and the way in which musical structures embody or communicate meanings.“ Viz COOK (1995, 151).

54 Citováno ve (FORTE, 1998a, 236).

nejdůležitější rozdíly.⁵⁵ Zatímco Forte uvažuje pevný počet (12) rodů množin a základem pro jejich konstrukci jsou množiny s kardinálním číslem 3, u Parks se přesný počet rodů není dán a jsou sestavovány nad množinami s různými kardinálními čísly. Po nalezení pc množin vyskytujících se ve skladbě Forte určuje, kterému z pevně daných rodů jsou tyto množiny nejbližší, Parks naopak rod konstruuje tak, aby co nejvíce korespondoval s nalezenými množinami (PARKS 1998, 212-213).

V českém prostředí je obzvláště zajímavé srovnání Forteho přístupu s přístupem Karla JANEČKA (1965). Janečkova práce *Základy moderní harmonie* vznikla dříve než Forteho, ale v zahraničí kvůli jazykové bariéře není příliš známá. Janečkův pohled na tónový materiál vykazuje určité podobnosti s Fortem. Především je to základní myšlenka systematizace veškerého tónového materiálu, redukce počtu možných kombinací tónů na co nejmenší počet a možnosti pojmenování a porovnávání těchto objektů. Janeček na rozdíl od Forteho bere místo relativně vyjádřené tónové výšky jako základ interval. Oba shodně vytýkají nesystematičnost těch teoretiků, kteří při analýze považují dvě množiny tónů za odlišné, ačkoliv je lze určitými operacemi převést na též tvar.

Podstatným rozdílem je ale zaměření teorií. Forte přistupuje k tónovému materiálu ahistoricky a bez jakékoliv větší snahy zabývat se tím, jak je materiál vhodný k praktickému vyznění v hudbě. Zaměření jeho prací je analytické. Janečkova kniha naproti tomu může sloužit zároveň jako učebnice moderní harmonie, protože se autor věnuje i využití zkoumaného tónového materiálu z kompozičního hlediska. Například u různých souzvuků uvádí, které jejich úpravy jsou dobré a které špatné. Určité porovnání přístupu Forteho a Janečka uvádí LUDVOVÁ (1975, 76-81). Přesto se domnívám, že by si toto téma zasloužilo podrobnější zpracování, které ale přesahuje rámec této práce.

55 Detailní rozbor a porovnání definic a způsobu konstrukce rodů přesahuje rámec této práce.

6. ZÁVĚR

Domnívám se, že Forteho metoda má několik přínosných aspektů. Jedním z nich je systematika hudebního materiálu a vytvoření jednotného systému názvosloví pro popis jakékoliv kombinace tónových výšek. Toto názvosloví je nezávislé na stylovém či historickém hledisku. Označení množiny tónů pomocí dvojice čísel lze použít při analýze obecně, není vázáno na Forteho metodu a opravdu je tímto způsobem v některých textech používáno. Toto názvosloví je svým způsobem paralelou k názvům akordů v klasické harmonii, umožňuje při analýze jednoduše popsat jakoukoliv množinu tónů bez nutnosti jejich výčtu. Pomocí označení pro transpozici a inverzi je možné množinu tónů o trochu blíže specifikovat. Nevýhodou je ale nutnost mít po ruce tabulku množin s jejich označením, protože způsob značení množin není úplně logicky popsateľný.

Dalším přínosem je, že systematické zkoumání struktury skladby pomocí Forteho metody může pomoci odhalit souvislosti, které by se jinak odhalily jen těžko nebo vůbec. Použití vhodných počítačových programů usnadní a urychlí operace s množinami a zjišťování jejich vzájemných vztahů. Systematizace tónového materiálu může být inspirativní i z kompozičního hlediska, ačkoliv Forte svou teorii koncipoval jako čistě analytickou.

Forteho metoda je důležitým nástrojem pro zkoumání atonální hudby, což potvrzuje i množství analýz skladeb. V analytických studiích je teorie konfrontována s jejím praktickým využitím, čímž postupně dochází k ověřování toho, nakolik jsou teoretické modely relevantní pro hudební analýzu.

Zůstává otázka, nakolik se zjištěné souvislosti ve struktuře skladby shodují s tím, jak hudbu vnímáme. Pokud jsou ve skladbě strukturálně důležité jiné parametry než tónová výška, například tónbarva či rytmus, pak se může způsob vnímání značně lišit od vyanalizované struktury. Stačí si představit skladbu, ve které předivo mnoha hlasů dává ve zvukovém výsledku spíš barvu zvuku, než aby bylo možné vnímat jednotlivé hlasy. Forteho metodou sice získáme pc množiny, které se ve skladbě figurují, a jejich vzájemné souvislosti, ale to nic nevypovídá o zvukovém obrazu skladby. Ty samé pc množiny by mohly být v jiné skladbě, která by měla méně hlasů, takže by bylo možné vnímat aspoň částečně jejich melodické obrysy. Výsledek analýzy navíc klíčovým způsobem závisí na zvolené segmentaci.

Z matematického hlediska je metoda zajímavou aplikací teorie množin doplněnou kombinatorikou. Ale zároveň je nutno říct, že některé pojmy Forte chápe spíše intuitivně a chybí u nich exaktní definice. To se týká například pojmu podmnožina či doplněk pc množiny. Forte nedostatečně rozlišuje mezi matematickým významem těchto pojmů a jejich aplikací na pc množiny. Protože každou pc množinu lze vyjádřit více ekvivalentními tvary, je chápání těchto pojmů pro pc množiny odlišné. Rovněž s pojmem zobrazení ('mapping') zachází velmi volně. Mlčky předpokládá, že je zobrazení prosté (tj. že se žádné dva prvky nezobrazí na tentýž).

Myslím si, že by mohlo být zajímavé pokusit se formulovat Forteho teorii exaktním způsobem s přesným definováním pojmů a odůvodněním procesů. Pokud je určitý postup vysvětlen pouze na příkladu, pak se může snadno stát, že pro zvolený příklad postup platí, ale pro jiný ne. Tak, jako se to stalo u pojmu „normální uspořádání“.

Literatura

BABBITT, Milton (1955): Some Aspects of Twelve-Tone Composition, in: *The Score and I. M. A. Magazine*, 12

BABBITT, Milton (1960): Twelve-Tone Invariants as Compositional Determinants, in: *The Musical Quarterly*, Vol. 46, No. 2, Special Issue: Problems of Modern Music. The Princeton Seminar in Advanced Musical Studies (Apr., 1960), s. 246-259

BABBITT, Milton (1961): Set Structure as a Compositional Determinant, in: *Journal of Music Theory*, Vol. 5, No. 1 (Spring, 1961), s. 72-94

BERRY, Wallace (1976): *Structural Functions in Music*, Englewood Cliffs: Prentice Hall

BUTLER, D. (1989): Describing the perception of tonality in music: A critique of the tonal hierarchy theory and a proposal for a theory of intervallic rivalry, in: *Music Perception*, Vol. 6, s. 219-41

COOK, Nicholas (1995): *A Guide to Musical Analysis*, Oxford University Press,

FORTE, Allen (1963): Context and Continuity in an Atonal Work: A Set-Theoretic Approach, in: *Perspectives of New Music*, Vol. 1, No. 2 (Spring, 1963), s. 72-82

FORTE, Allen (1964): A Theory of Set-Complexes for Music, in: *Journal of Music Theory*, Vol. 8, No. 2 (Winter, 1964), s. 136-183

FORTE, Allen (1966): A Program for the Analytic Reading of Scores, in: *Journal of Music Theory*, Vol. 10, No. 2 (Winter, 1966), s. 330-364

FORTE, Allen (1972): Sets and Nonsets in Schoenberg's Atonal Music, in: *Perspectives of New Music*, Vol. 11, No. 1, Tenth Anniversary Issue (Autumn – Winter, 1972), s. 43-64

FORTE, Allen (1973a): The Basic Interval Patterns, in: *Journal of Music Theory*, Vol. 17, No. 2 (Autumn, 1973), s. 234-272

FORTE, Allen (1973b): *The Structure of Atonal Music*, New Haven – London, Yale University Press

FORTE, Allen (1978a): *The Harmonic Organization of The Rite of Spring*, New Haven

FORTE, Allen (1978b): Schoenberg's Creative Evolution: The Path to Atonality, in: *The Musical Quarterly*, Vol. 64, No. 2 (Apr., 1978), s. 133-176

FORTE, Allen (1981): The Magical Kaleidoscope: Schoenberg's First Atonal Masterwork, Opus 11, Number 1, in: *Journal of the Arnold Schoenberg Institute*, Vol. 5, No. 2 (Nov., 1981), s. 127-169

- FORTE, Allen (1983): Foreground Rhythm in Early Twentieth-Century Music, in: *Music Analysis*, Vol. 2, No. 3 (Oct., 1983), s. 239-268
- FORTE, Allen (1985): Pitch-Class Set Analysis Today, in: *Music Analysis*, Vol. 4, No. 1-2, Special Issue: King's College London Music Analysis Conference 1984 (Mar.-Jul., 1985), s. 29-58
- FORTE, Allen (1988a): New Approaches to the Linear Analysis of Music, in: *Journal of the American Musicological Society*, Vol. 41, No. 2 (Summer, 1988), s. 315-348
- FORTE, Allen (1988b): Pitch-Class Set Genera and the Origin of Modern Harmonic Species, in: *Journal of Music Theory*, Vol. 32, No. 2 (Autumn, 1988), s. 187-270
- FORTE, Allen (1991): Debussy and the Octatonic, in: *Music Analysis*, Vol. 10, No. 1-2 (Mar. - Jul., 1991), s. 125-169
- FORTE, Allen (1992): Concepts of Linearity in Schoenberg's Atonal Music: A Study of the Opus 15 Song Cycle, in: *Journal of Music Theory*, Vol. 36, No. 2 (Autumn, 1992), s. 285-382
- FORTE, Allen (1998): Round Table: Response and Discussion, in: *Music Analysis*, Vol. 17, No. 2 (Jul., 1998), s. 227-236
- FORTE, Allen (1999): *The Music of Anton Webern*, New Haven – London, Yale University Press
- FRANĚK, Marek (2007): *Hudební psychologie*, Praha
- HASTY, Christopher F. (1981): Segmentation and Process in Post-Tonal Music, in: *Music Theory Spectrum*, Vol. 3 (Spring, 1981), s. 54-73
- HYDE, Martha M. (1982): *Schoenberg's Twelve-Tone Harmony: The Suite Op. 29 and the Compositional Sketches*, Ann Arbor: UMI Research Press
- JANEČEK, Karel (1965): *Základy moderní harmonie*, Praha
- LEWIN, David (1960): The Intervallic Content of a Collection of Notes, in: *Journal of Music Theory*, Vol. 4, No.1 (Apr., 1960), s. 98-101
- LUDVOVÁ, Jitka (1975): *Matematické metody v hudební analýze*, Praha
- MARTINO, Donald (1961): The Source-Set and Its Aggregate Formations, in: *Journal of Music Theory* Vol. 5, No. 2 (Winter, 1961), s. 224-273
- MORRIS, Robert (1987): *Composition with Pitch-Classes: A Theory of Compositional Design*, New Haven: Yale University Press
- OGDON, Will (1981): How Tonality Functions in Schoenberg's Opus 11, Number 1, in: *Journal of the Arnold Schoenberg Institute*, Vol. 5, No. 2 (Nov., 1981), s. 169-181

PARKS, Richard S. (1980): Pitch Organization in Debussy: Unordered Sets in Brouillards, in: *Music Theory Spectrum*, Vol. 2, s. 119-134

PARKS, Richard S. (1989): *The Music of Claude Debussy*, New Haven, Yale University Press

PARKS, Richard S. (1998): Pitch-Class Set Genera: My Theory, Forte's Theory, in: *Music Analysis*, Vol. 17, No. 2 (Jul., 1998), s. 206-226

RAHN, John (1980): *Basic Atonal Theory*, New York: Schirmer

SCHMALFELDT, Janet (1983): *Berg's Wozzeck: Harmonic Language and Dramatic Design*, New Haven, Yale University Press

TAKAOKA, Akira (2000): On a Computer Program for Pitch-Class-Set Analysis: Its Implementation and Related Issues, in: *Joho Shori Gakkai Kenkyu Hokoku*, Vol. 2000, No. 118(MUS-38), s. 15-20.

TEITELBAUM, Richard (1965): Intervalic Relation in Atonal Music, in: *Journal of Music Theory*, Vol. 9, No. 1 (Spring, 1965), s. 72-127

Elektronické zdroje

ISAACSON, Eric – YORGASON, Brent (2003): The Implications of Digital Music Libraries for Music Theory, *Society for Music Theory 2003*, Madison,
<http://variations2.indiana.edu/pdf/isaacson_yorgason_smt_2003.pdf> [citováno 27. července 2009]

JDubiel [počítačový program] version 0.7 (2006), TAKAOKA, Akira, freeware, dostupný z
<<http://music.columbia.edu/~akira/JDubiel/>> [citováno 27. července 2009]

Mod 12 [počítačový program], version 3 (1996), DEMSKE, Thomas R., freeware, dostupný z
<<http://www.davesmey.com/programs/links.htm>> [citováno 27. července 2009]

MORGAN, Paula: Forte, Allen, in: *Grove Music Online. Oxford Music Online*,
<<http://www.oxfordmusiconline.com/subscriber/article/grove/music/10015>> [citováno 2. srpna 2009]

NATTIEZ, Jean-Jacques: *Allen Forte's Set Theory, Neutral Level Analysis and Poietics*,
<<http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/moreno/JJNattiezAng.pdf>> [citováno 20. července 2009]

TAKAOKA, Akira: *On a Computer Program for Pitch-Class-Set Analysis: Its Implementation and Related Issues* [abstrakt článku], <<http://sciencelinks.jp/j-east/article/200109/000020010901A0232943.php>> [citováno 27. července 2009]

TAKAOKA, Akira (2009): JDubiel: A Java Applet for Pitch-Class Set Analysis, *International*

Computer Music Conference, 16-21 August 2009, Montreal, Quebec, Canada
<<http://music.columbia.edu/~akira/JDubiel/PaperOnJDubielICMC09.pdf>> [citováno 19.
srpna 2009]

Příloha: Slovníček pojmů

Basic interval pattern (bip) (*základní intervalový vzor, zkráceně bip*): Seřazení intervalů dle velikosti od nejmenšího. Např. pro sled intervalů [4-1-1-3] je to 1134.

2 základní otázky:

- 1) Kolik různých bipů lze odvodit z dané pc množiny?
- 2) Jaké bipy jsou asociované s určitou pc množinou?

Pro n kardinální číslo množiny je maximální počet bipů roven $n!/2$.

(FORTE 1973b, 69) uvádí tabulku pro počty bipů pro kardinální čísla 4-6.

Nejméně bipů nabízí celotónové pc množiny, nejvíce všeintervalové.

Cardinal number (*kardinální číslo množiny*): Počet prvků množiny.

Complement (*doplňek*): Množina těch tříd tónových výšek, které v dané pc množině neleží. Tento pojem je používán i pro jakoukoliv množinu s ní ekvivalentní.

Equivalent pc sets (*ekvivalentní pc množiny*): (FORTE, 1973) Dvě pc množiny jsou *ekvivalentní*, právě když je lze převést na stejný základní tvar transpozicí nebo inverzí následovanou transpozicí. Definici ekvivalence lze ekvivalentně vyjádřit i jinak: Dvě pc množiny jsou ekvivalentní, právě když jsou transpozičně nebo inverzně ekvivalentní. Starší definice ekvivalence pc množin, která s touto NENÍ ekvivalentní, zní (FORTE, 1964): Dvě pc množiny jsou ekvivalentní, právě když mají stejný intervalový vektor.

Genera viz Pitch-class set genera

Imbrication (*šupinový vzor*): Systematická extrakce subkomponent z primárního segmentu. Uvažují se množiny s menším počtem prvků, o něco posunuté, částečně se překrývající.

Integer notation (*celočíslná notace*): Každému tónu je přiřazeno číslo 0-11 (0=c, 1=cis, des atd.). Každé z těchto čísel představuje jednu třídu tónových výšek.

Interval: V celočíselné notaci absolutní hodnota rozdílu dvou čísel. Pro a, b třídy tónových výšek je $\text{interval} = |a - b|$. Např. interval tvořený tóny d a g (v celočíselné notaci 2 a 7) je 5.

Interval class (*intervalová třída*), zkráceně ic: Jsou ztotožněny (tj. definovány jako ekvivalentní) intervaly, jejichž součet je roven 0 (mod 12).

Tím vznikne 6 intervalových tříd (třída intervalů $0=12$ je vynechána):

$$1=11$$

$$2=10$$

$$3=9$$

$$4=8$$

$$5=7$$

$$6=6$$

Interval vector (*intervalový vektor*): Šestice čísel ($ic_1 ic_2 ic_3 ic_4 ic_5 ic_6$) přiřazená dané pc množině. Každé z čísel ic_1 až ic_6 znamená, z kolika různých (neuspořádaných) dvojic prvků pc množiny lze utvořit interval dané třídy. Z pc množiny s kardinálním číslem n lze utvořit $n(n-1)/2$ takových dvojic. Platí, že

$$ic_1 + ic_2 + \dots + ic_6 = n(n-1)/2$$

Množiny s kardinálním číslem 1, 11, 12 jsou nezajímavé, protože intervalový vektor je pro takové n stejný: (000000), (10 10 10 10 10 5), (12 12 12 12 12 6).

Některé vlastnosti intervalových vektorů (FORTE 1973b, 16):

1) 'unique vector entries' (tj. každá z hodnot ic_1 - ic_6 se vyskytuje pouze jednou)

To nastává pouze u těchto 4 pc množin:

6-1 (543210) chromatika

6-32 (143250) prvních 6 tónů dur stupnice

7-1 (654321) chromatika

7-35 (254361) dur stupnice

2) 'maximum number of some ic' (počet intervalů některé intervalové třídy nabývá maxima)

tuto vlastnost má celkem 54 pc množin (FORTE 1973, 17) Příklady:

max u ic_1 : 6-1, 7-1

max u ic_4 : 4-19, 8-24 (Wozzeck)

max u ic_5 : 6-32, 7-35

max u ic6: 4-9

3) 'equal or near equal distribution of entries' (rovnoměrné nebo téměř rovnoměrné rozložení intervalů), např.:

(111111) všeintervalový tetrachord

Z intervalového vektoru lze snadno vyčíst intervalové možnosti dané pc množiny.

Inversion operator (*operátor inverze*): Třídě tónových výšek a přiřazuje $12-a$.

$$I(a) = 12-a \pmod{12}$$

Inversionally equivalent pc sets (*inverzně ekvivalentní pc množiny*): Dvě pc množiny A , B jsou *inverzně ekvivalentní*, pokud existuje t takové, že $T_t(I(A)) = B \pmod{12}$.

Maximally similar vectors (*maximálně podobné vektory*) (FORTE 1973b, 48): Tento pojem je definován pro intervalové vektory patřící k pc množinám se stejným kardinálním číslem. Dva intervalové vektory se nazývají *maximálně podobné*, pokud se shodují ve čtyřech z čísel $ic1 \dots ic6$. Pokud by se shodovaly v pěti z čísel, pak už by se musely shodovat ve všech šesti, protože součet $ic1 + \dots + ic6$ je pro pc množiny se stejným kardinálním číslem konstantní.

Minimally similar vectors (*minimálně podobné vektory*) (FORTE 1973b, 49): Tento pojem je definován pro intervalové vektory patřící k pc množinám se stejným kardinálním číslem. Dva intervalové vektory se nazývají *minimálně podobné*, pokud se liší ve všech hodnotách $ic1 \dots ic6$.

Normal order (*normální uspořádání*): Uvažují se cyklické permutace pc množiny s prvky ve vzestupném pořadí. Normální uspořádání je ta cyklická permutace, která má nejmenší rozdíl krajních čísel. Pokud je jich více, vybere se ta, která má nejmenší rozdíl prvních dvou čísel (v případě shody rozdíl prvního a třetího čísla atd...), Pak se nazývá '*best normal order*' (*nejlepší normální uspořádání*).

Ordered set (*uspořádaná množina*): Množina, u které záleží na pořadí jejích prvků. Změníme-li pořadí, získáme jinou množinu.

Pitch (*tónová výška*)

Pitch Class (*třída tónových výšek*): Tóny jsou rozděleny do 12 tříd tónových výšek podle toho, jaké je jim přiřazeno číslo v celočíselné notaci. Např. třída 0 představuje všechna 'c'.

Pitch-Class Set (=set of pitch-class representatives), pc set (*množina tříd tónových výšek, pc množina*): Množina navzájem různých celých čísel reprezentujících třídy tónových výšek. Zápis v [], např. [0,1,2].

Pitch-class set genera (*rody pc množin*): (FORTE 1988b) Rod pc množin je systém pc množin splňující tyto podmínky:

1. Každý člen rodu a jeho doplněk v sobě musí obsahovat předka (předky).
2. Každý pentachord v sobě musí obsahovat aspoň jeden z tetrachordů patřících do rodu.
3. Každý hexachord v sobě musí obsahovat aspoň jeden pentachord a aspoň jeden tetrachord z rodu.

Pitch combination (*kombinace tónových výšek*): Jakákoliv množina tónových výšek.

Primary segment (*primární segment*): Konfigurace, která je izolována jako jednotka běžným způsobem.

Prime form (*základní tvar*): Forma pc množiny taková, že je to normální uspořádání a první číslo je 0 (FORTE 1973b). Tato Forteho definice je nepřesná, neboť některé takto získané formy pc množiny nejsou základním tvarem. Je třeba modifikace postupu, viz kap. 2.1.4.

Progenitor (*předek*): pc množina s kardinálním číslem 3, která je základem pro rod pc množin

Segmentation (*segmentace*): Určení, které hudební jednotky skladby budou považovány za objekty analýzy.

Set Complex about T (*komplex množin kolem T*): Pro danou pc množinu T s kardinálním číslem 3 až 9 se *komplex množin kolem T* značí K(T, T'), zkráceně K(T). Komplex je tvořen pc množinami S, které splňují předpoklady:

1) počet prvků S je 3 až 9,

2) počet prvků S se nerovná počtu prvků T ani počtu prvků T'

a dále:

Množina S splňující tyto předpoklady nebo S' je prvkem $K(T)$, právě když (buďto S je podmnožinou či nadmnožinou T anebo S je podmnožinou či nadmnožinou T').

Set name (*název pc množiny*): Název pc množiny tvoří dvojice čísel $a-b$.

a = kardinální číslo množiny

b = pořadí dle seznamu (FORTE 1973, 179-181)

K určení názvu je třeba mít pc množinu v základním tvaru a podle tabulky (FORTE 1973, 179-181) už se snadno dohledá název.

Set-theoretical analysis (*analýza založená na teorii množin*): Termín používaný v literatuře pro analytické přístupy založené na matematické teorii množin.

Similarity relations (*relace podobnosti*): (FORTE 1973, 46-60) Relace podobnosti slouží k určení míry podobnosti dvou pc množin se stejným kardinálním číslem.

Forte definuje několik druhů relací podobnosti:

- R_p (maximum similarity with respect to pitch class) (*největší podobnost s ohledem na třídu tónových výšek*)

Pro pc množiny S_1, S_2 s kardinálním číslem n a S_3 s kardinálním číslem $n-1$ je relace R_p definována:

$R_p(S_1, S_2)$, právě když $S_3 \subset S_1$ a zároveň $S_3 \subset S_2$.

Tedy množiny S_1, S_2 mají společné kromě jednoho všechny prvky.

Nevýhody této definice:

Tato relace není dostatečně odlišující. Mnoho dvojic množin je v této relaci.

- R_1 (maximum similarity with respect to interval class, with interchange) (*největší podobnost s ohledem na intervalové třídy, se záměnou*)

Pro 2 pc množiny, jejichž intervalové vektory jsou maximálně podobné a zbývající 2 hodnoty jsou jen prohozené.

Např. 4-2 (221100), 4-3 (212100).

- R_2 (maximum similarity with respect to interval class, without interchange) (*největší podobnost s ohledem na intervalové třídy, bez záměny*)

Pro 2 pc množiny, jejichž intervalové vektory jsou maximálně podobné a zbývající 2 hodnoty jsou jiné než jen prohozené.

Např. 5-10 (223111), 5-Z12 (222121)

- R_0 (minimum similarity with respect to interval class) (*nejmenší podobnost s ohledem na intervalové třídy*)

Relace pro 2 pc množiny, jejichž intervalové vektory jsou minimálně podobné.

Pomocí trojúhelníkových matic lze zobrazit různé kombinace těchto relací mezi pc množinami s daným kardinálním číslem. Mnoho takových matic je součástí přílohy FORTE (1973b) a taktéž daných kapitol.

Dvojice pc množin, které jsou zároveň R_p a R_0 , je celkem málo (např. 4-2, 4-13) (FORTE 1973b, 50).

Maximální podobnost vzhledem k pc (pitch-class) a ic (interval class) je považována za signifikantnější než pouze pc nebo ic podobnost.

-Vlastnosti relací

Definice:

Reflexivita = $R(a,a)$ platí pro všechna a

Irreflexivita (nereflexivita) = $R(a,a)$ neplatí pro žádné a

Symetrie = $R(a,b) \Leftrightarrow R(b,a)$

Transitivita = $R(a,b) \& R(b,c) \Rightarrow R(a,c)$

	reflexivní	symetrická	transitivní
R_p	+	+	-
R_1	irrefl	+	-
R_2	irrefl	+	-
R_0	irrefl	+	-

Subcomplex (*podkomplex*): Značí se $Kh(T)$ je definovaný takto:

S nebo S' je prvkem $Kh(T)$ právě tehdy, když (S je podmnožinou či nadmnožinou T a zároveň S je podmnožinou nebo nadmnožinou T').

Subset (*podmnožina*): Definice podmnožiny pc množiny: Máme-li dvě pc množiny A, B , pak A je podmnožinou B , pokud existuje pc množina ekvivalentní s A taková, že všechny její prvky jsou obsažené v B .

Počet podmnožin n -prvkové pc množiny je 2^n .

Počet vlastních podmnožin je $2^n - 2$. (Mezi vlastní podmnožiny nepatří prázdná množina a množina všech prvků.)

Počet vlastních podmnožin více než jednoprvkových je $2^n - (n + 2)$.

Počet k -prvkových podmnožin n -prvkové pc množiny je $n! / [k!(n - k)!]$.

Transpositionally equivalent pc sets (*transpozičně ekvivalentní pc množiny*): Dvě pc množiny A, B jsou *transpozičně ekvivalentní*, pokud existuje t takové, že $T_t(A) = B \pmod{12}$.

Transposition operator (*operátor transpozice*): Pro A, B dvě pc množiny $T_t(A) = B$.

Operátor transpozice přičte ke každému prvku množiny A číslo t .

Unordered set (*neuspořádaná množina*): Množina, u které nezáleží na pořadí jejích prvků.

Z-related pair (*Z-příbuzná dvojice*): (FORTE 1973, 21) Dvojice neekvivalentních pc množin, které mají stejný intervalový vektor. Tyto množiny se nazývají *Z-korespondující* (*Z-correspondent*). Pro odlišení od ostatních pc množin mají v názvu písmeno Z . Celkem je takových dvojic 19, např. 4-Z15 a 4-Z29 (všeintervalový tetrachord (11111)). V dřívějších textech (FORTE 1964) byly tyto množiny považovány za ekvivalentní.